

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

**ТОШКЕНТ ИРРИГАЦИЯ ВА ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИГИНИ
МЕХАНИЗАЦИЯЛАШ МУҲАНДИСЛАРИ ИНСТИТУТИНИНГ
БУХОРО ФИЛИАЛИ**

**“ТЕХНОЛОГИК ЖАРАЁНЛАР ВА ИШЛАБ ЧИҚАРИШНИ
АВТОМАТЛАШТИРИШ ВА БОШҚАРУВ”
кафедраси**

Ш. Р. Убайдуллаева

РАҚАМЛИ ТЕХНИКАГА КИРИШ

ЎҚУВ ҚЎЛЛАНМА

БУХОРО 2018

Мазкур қўлланма 5311000 – “Технологик жараёнлар ва ишлаб чиқаришни автоматлаштириш ва бошқариш (сув хўжалигида)” йўналишига “Рақамли техникага қариш” фанини ўрганиш учун тақдим этилади.

Қўлланмада замонавий рақамли техниканинг арифметик ва мантикий асослари баён этилган.

Тақризчилар: **К.З. Абидов** -Бухоро муҳандислик- технология институти «Технологик жараёнларни бошқаришнинг ахборот-коммуникация тизимлари» кафедраси доценти;
А.А.Худойбердиев – ТИҚХММИ Бухоро филиали “Қишлоқ ва сув хўжалигини электр таъминоти” кафедраси мудири.

МУНДАРИЖА

1 БОБ. РАҚАМЛИ ТЕХНИКАНИНГ АРИФМЕТИК АСОСЛАРИ	
1.1. Позицион санок системалари	4
1.2. Турли турли позицион санок системаларида арифметик амалларни бажариш	8
1.3. Компьютерларда сонларнинг тавсифлаш шакллари. Кўзгалувчи ва кўзгалмас вергулли сонлар	15
1.4. Машина кодларида иккилик сонларни алгебраик кўшиш қоидалари. Кўзгалмас вергулли сонларни кўшиш	19
1.5. Кўзгалувчи вергулли иккилик сонларни кўшиш	24
2 БОБ. РАҚАМЛИ ТЕХНИКАНИНГ МАНТИҚИЙ АСОСЛАРИ	
2.1. Мантиқ алгебрасидаги мантиқий ўзгарувчилар ва функциялар	31
2.2. Мантиқ алгебраси элементар функцияларининг хусусиятлари	35
2.3. Мантиқ алгебраси функцияларининг аналитик ифодаланиши. Мантиқ алгебраси функцияларининг сонли, геометрик ва мантиқий схемалар ёрдамида ифодаланиши	38
2.3.1. Мантиқ алгебраси функциялари	38
2.3.2. МАФ ларнинг сонли ифодаланиши	43
2.3.3. МАФ ларнинг геометрик ифодаланиши	44
2.3.4. МАФ ларнинг мантиқий схемалар ёрдамида ифодаланиши	45
2.4. Мантиқий алгебра функцияларини минималлаштириш	46
2.4.1. Минималлаштириш масаласи ва усуллари	46
2.4.2. Минималлаштиришни бевосита ўзгартириш усули	48
2.4.3. Квайн ва Вейч-Карно жадвалли минималлаштириш усуллари	50
2.4.4. Комбинацион схемаларнинг асосий хусусиятлари.	54
2.4.5. Структуравий синтезлаш каноник усулининг босқичлари	58
Адабиетлар	64

І БОБ. РАҚАМЛИ ТЕХНИКАНИНГ АРИФМЕТИК АСОСЛАРИ

1.1. ПОЗИЦИОН САНОҚ СИСТЕМАЛАРИ

Маълумки, ЭХМ ахборотлар устида иш олиб бориш учун қўлланилади. Ахборотларни кодлаш, қабул қилиш, уларни қайта ишлаш ва узатиш жараёнлари, ЭХМларда маълум қоидалар асосида амалга оширилади. Бу қоидаларни тўла тушўнган ҳолда, биз ЭХМлар дунёсининг қандай «қуради» деган саволга батафсил жавоб беришимиз мумкин. Бунинг учун, аввало, турли санок системалар билан танишиб чиқишимиз лозим.

Ўнлик санок системаси 0, 1, 2, ..., 9 - ўн та рақамдан иборат, унинг асоси (яъни рақамлар сони) $P = 10$ га тенг. Бу санок системадан биз кундалик турмушимизда кенг фойдаланамиз.

Саккизлик санок системаси 0, 1, ..., 7 - саккиз та рақамдан иборат, унинг асоси $P = 8$ га тенг.

Иккилик санок системаси 0, 1 - икки та рақамдан иборат, унинг асоси $P = 2$ га тенг.

Ўн олтилик санок системаси 0, 1, 2, ..., A, B, C, D, E, F - ўн олти та белгидан иборат, асоси $P = 16$ га тенг. Бунда $A = 10$, $B = 11$, $C = 12$, $D = 13$, $E = 14$, $F = 15$ ни билдиради.

Умумий ҳолда позицион системадаги сонларни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$A = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0, \quad a_{-1} a_{-2} \dots a_{-(m-1)} a_{-m}, \quad (1.1)$$

Ушбу кўринишдаги ихтиёрий сонни

$$A = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0, \quad a_{-1} a_{-2} \dots a_{-(m-1)} a_{-m} =$$

$$= a_n * P^n + a_{n-1} * P^{n-1} + \dots + a_1 * P^1 + a_0 * P^0 + a_{-1} * P^{-1} + a_{-2} * P^{-2} + \dots + a_{-m} * P^{-m} \quad (1.2)$$

формула ёрдамида ёйиб ёзиш мумкин.

бу ерда $0 < a_k < P$ - рақамлар, P - санок системасининг асоси,

- $m < k < n$ - разряд рақами.

1 - қоида. Ўнлик санок системасидаги бутун сонни 2-лик (8-лик ёки 16лик) санок системасига ўтказиш учун шу сонни ва кейинги ҳосил бўлган

бўлинмаларни ўтилатган санок системанинг асосига, яъни 2 га (8 га ёки 16 га) охирги бўлинма 8 дан (2 дан ёки 16 дан) кичик бўлгунча кетма-кет бўлиши керак. Охирги натижани ва ҳосил бўлган қолдиқларни тескари тартибда ёзиб чиқиш шарт.

2 - қоида. Ўнлик санок системасидаги каср сонни 2-лик (8-лик ёки 16-лик) санок системасига ўтказиш учун шу сонни ва кейинги ҳосил бўлган каср қисм ларни ўтилатган санок системанинг асосига, яъни 2 га (8 га ёки 16 га) кетма - кет кўпайтириш лозим. Натижада ҳосил бўлган бутун қисмларни тўғри тартибда ёзиб чиқиш керак. Кўпайтириш жараёнини 2 ҳолда тўхтатиш мумкин:

- 1) каср қисмида ноллар ҳосил бўлса бўлган тақдирда;
- 2) берилган разряд аниқликка эришилган ҳолда.

3 - қоида. Ўнлик санок системасидаги аралаш сонни 2-лик (8-лик ёки 16-лик) санок системасига ўтказиш учун, шу соннинг бутун қисмини 1 - қоидага мувофиқ, алоҳида каср қисмини 2 - қоидага мувофиқ алоҳида ўтказиб ҳосил бўлган натижаларни қўшиш талаб этилади.

4 - қоида. Сонларни 2-лик, 8-лик ёки 16-лик санок системасидан ўнлик санок системасига ўтказиш учун (1-2) формуладан фойдаланиш мумкин.

5 - қоида. Сонларни 8-лик санок системасидан 2-лик санок системасига ўтказиш учун 8-лик соннинг ҳар бирта рақамини уч хонали иккилик сон билан ёки **триада** билан алмаштириш керак (1 – жадвал).

2-лик санок системасидан 8-лик санок системасига сонларни ўтказиш учун, сонни вергулдан чапдан ва ўнг томонига қараб 3 разряддан (триадалардан) иборат гуруҳларга ажратиш лозим ва ҳар бир триадани 8-лик санок системасига мос рақамлар билан ёзиш талаб этилади. Четдаги тўлмаган триадалар ноллар билан тўлдирилади.

1 – жадвал

8-лик с. с. сонлар	0	1	2	3	4	5	6	7
2-лик с. с. сонлар	0	1	10	11	100	101	110	111
Триадалар	000	001	010	011	100	101	110	111

6 - қоида. Сонни 16-лик санок системасидан 2-лик санок системасига ўтказиш учун **тетрадалардан** фойдаланиш мумкин. (2- жадвал). 16-лик соннинг ҳар бирта рақамини тўрт хонали иккилик сон билан еки **тетрада** билан алмаштириш керак.

Сонларни 2-лик санок системасидан 16-лик санок системасига ўтказиш учун, сонни вергулдан чапдан ва ўнг томонига қараб 4 разряддан (тетрадалардан) иборат гуруҳларга ажратиш керак ва ҳар бир тетрадани 16-лик санок системасида ифодалаш мумкин. Бу ҳолда ҳам четдаги тўлмаган тетрадалар ноллар билан тўлдирилади.

2- жадвал

16лик с. с. сонлар	2лик с. с. сонлар	Тетрадалар
1	1	0001
2	10	0010
3	11	0011
4	100	0100
5	101	0101
6	110	0110
7	111	0111
8	1000	1000
9	1001	1001
A	1010	1010
B	1011	1011
C	1100	1100
D	1101	1101
E	1110	1110
F	1111	1111

Ушбу қоидалар асосида бутун, каср ва аралаш сонларни бир санок системасидан бошқасига ўтказиш бўйича мисолларни кўриб чиқамиз.

Мисол 1.1. 25_{10} сонини 2-лик ва 8-лик санок системаларига ўтказинг.

а)
$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 2} \\ \underline{- 24} 12 \overline{) 2} \\ 1 \underline{- 12} 6 \overline{) 2} \\ 0 \underline{- 6} 3 \overline{) 2} \\ 0 \underline{- 2} 1 \text{ -- охирги} \\ 1 \text{ бўлинма} \end{array}$$

ўқилиш йўналиши

б)
$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 8} \\ \underline{- 24} 3 \end{array}$$

ўқилиш йўналиши

Демак, $(25)_{10} = (11001)_2 = (31)_8$

Хосил булган натижаларни қайтиб ўтиш йули орқали текшириш мумкин.

Бунинг учун 1.2 ифодадан фойдаланиб, 2-лик ва 8-лик санок системаларида хосил бўлган сонларни 10-лик санок системасига мос равишда қайта утказамиз.

$$а) (11001)_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 16 + 8 + 0 = (25)_{10}.$$

$$б) (31)_8 = 3 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = (25)_{10}.$$

Мисол 1.2. 2^{-4} аниқликда 0,3126 ўнлик каср сонни 2-лик санок системасига ўтказинг.

$$\begin{array}{cccc} 0,3126 & 0,6252 & 0,2504 & 0,5008 \\ \times 2 & \times 2 & \times 2 & \times 2 \\ \hline 0,6252 & 1,2504 & 0,5008 & 1,0016 \end{array}$$

→
ўқилиш йўналиши

Демак, $(0,3126)_{10} = (0,0101)_2$

(1.2) ифодадан фойдаланган ҳолда, чиққан сонни 10-лик санок системасига қайта ўтказиб, натижани текширамиз:

$$(0,0101)_2 = 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = 1/4 + 1/16 = 5/16 = (0,3125)_{10}.$$

Мисол 1.3. 2^{-3} аниқликда берилган $159,75_{10}$ аралаш сонни 2-лик санок системасига ўтказинг.

Юқорида келтирилган қоидаларга таянган ҳолда, ўнлик аралаш соннинг бутун қисмини алоҳида ҳамда каср қисмини алоҳида иккилик санок системасига ўтказиб, натижаларни қўшамиз. Унда қўйидаги натижалар хосил бўлади:

$$(159)_{10} = (10011111)_2;$$

$$(0,75)_{10} = (0,11)_2, \text{ демак,}$$

$$(159,75)_{10} = (10011111,11)_2.$$

Мисол 1.4. Саккизлик санок системасида берилган қуйидаги $325,27_8$ сонни 2-лик санок системасига ўтказинг.

1- жадвалдан фойдаланиб, аралаш сонни тетрадалар бўйича ёзиб чиқамиз ва қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$325,27_8 = (011\ 010\ 101,\ 010\ 111)_2 = 11010101,\ 010111_2.$$

Мисол 1.5. Берилган қуйидаги $(1011101,\ 01101)_2$ 2-лик сонни 8-лик санок системасига ўтказинг.

Ечиш:

$$(1011101,\ 01101)_2 = 010\ 111\ 011,\ 011\ 010 = (73,\ 32)_8.$$

Мисол 1.6. 16-лик санок системасида берилган $(C876,\ F3)_{16}$ сонни 2-лик санок системасига ўтказинг. 2- жадвалдан фойдаланган ҳолда қуйидаги натижага эришамиз:

$$\begin{aligned}(C876,\ F3)_{16} &= (1100\ 1000\ 0111\ 0110,\ 1111\ 0011)_{16-2} = \\ &= (1100100001110110,\ 11110011)_2\end{aligned}$$

Мисол 1.7. Аралаш $(1011101101,\ 101101101)_2$ 2-лик сонни 16-лик санок системасига ўтказинг.

6-қоидага биноан аралаш иккилик сонни тетрадаларга бўлиб, ифодалаш орқали қуйидаги натижани ҳосил қилиш мумкин :

$$(1011101101,101101101)_2 = (0010\ 1110\ 1101,1011\ 0110\ 1000)_{16-2} = (2ED,\ B68)_{16}$$

1.2. ТУРЛИ ПОЗИЦИОН САНОҚ СИСТЕМАЛАРИДА АРИФМЕТИК АМАЛЛАРНИ БАЖАРИШ

Иккилик санок системасида арифметик амалларни бажариш қоидалари

Маълумки, иккилик санок системасида фақат иккита 0 ва 1 рақамлари катнашади. Иккилик санок системада қўшиш, айириш ва кўпайтириш амаллари қуйидаги қоидалар асосида амалга оширилади:

а) $0+0=0$	б) $0-0=0$	в) $0*0=0$
$0+1=1$	$1-0=1$	$0*1=0$
$1+0=1$	$1-1=0$	$1*0=0$
$1+1=10$	$10-0=10$	$1*1=1$

Энди иккилик санок системасида турли арифметик амалларни бажаришга доир мисолларни куриб чиқамиз:

Мисол 1.8. 1010_2 ва 1011_2 сонларининг йиғиндисини топинг.

Ечиш. Сонларни бир устунга ёзиб, умумий қоида бўйича қўшамиз:

$$\begin{array}{r} 1010_2 \\ + \\ 1011_2 \\ \hline 10101_2 \end{array} \quad \text{Жавоб: } 10101_2$$

Мисол 1.9. 1011 , 01_2 ва 101 , 101_2 сонларнинг йиғиндисини топинг.

Ечиш.

$$\begin{array}{r} 1011, 01_2 \\ + \\ 101, 101_2 \\ \hline 10000, 111_2 \end{array} \quad \text{Жавоб: } 10000, 111_2$$

Мисол 1.10. 101 , 01_2 ва 10 , 10_2 сонларнинг айирмасини топинг.

Ечиш.

$$\begin{array}{r} _101, 01_2 \\ 10, 10_2 \\ \hline 10, 11_2 \end{array}$$

Жавоб: $10, 11_2$

Мисол 1.11. 1011 , 11_2 ва 101 , 101_2 сонларнинг айирмасини топинг.

Ечиш.

$$\begin{array}{r} _1011, 11_2 \\ 101, 101_2 \\ \hline 110, 001_2 \end{array}$$

Жавоб: $110, 001_2$

Мисол 1.12. 10111_2 ва 101_2 сонларнинг кўпайтмасини топинг.

Иккилик санок системасида сонларни кўпайтириш - ўнлик санок системасида қабул қилинган қоидалар асосида бажарилади :

$$\begin{array}{r} 10111_2 \\ * \\ 101_2 \\ \hline 10111 \\ + 00000 \end{array}$$

10111

1110011₂

Жавоб: 1110011₂

Мисол 1.13. 10, 11₂ ва 111, 11₂ сонларининг кўпайтмасини топинг.
Ечиш.

$$\begin{array}{r}
 10, 11_2 \\
 * \\
 111, 11_2 \\
 \hline
 1011 \\
 1011 \\
 + 1011 \\
 1011 \\
 1011 \\
 \hline
 \end{array}$$

10101, 0101₂

Жавоб: 10101, 0101₂

Саккизлик санок системасида арифметик амалларни бажариш

Маълумки, саккизлик санок системасида сонларни ёзиш учун ҳаммаси бўлиб саккизта рақам (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) дан фойдаланилади, чунки унинг асоси $q=8$ га тенгдир.

Саккизлик санок системасида қўшиш, айириш ва кўпайтириш амалларини кўйида келтирилган жадвал маълумотлари асосида бажариш мумкин. Саккизлик санок системада қўшиш амалини бажариш учун 3-жадвалдан фойдаланиш мумкин.

3- жадвал

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14

6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Саккизлик саноқ системасида кўпайтириш амалини бажариш учун 4-жадвал маълумотлари хизмат килади:

4- жадвал

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Ушбу жадваллар асосида саккизлик саноқ системасида арифметик амалларни бажарамиз.

Мисол 1.14. 732_8 ва 324_8 сонларни йиғиндиси ва айирмасини топинг.

Ечиш: Кўшиш ва айириш амали, одатдагидек, сонларни бир устунга ёзиш орқали бажарилади:

$$\begin{array}{r} \text{а) } 732_8 \\ + 324_8 \\ \hline \end{array}$$

$$1256_8$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 732_8 \\ - 324_8 \\ \hline \end{array}$$

$$406_8$$

Жавоб: 1256_8 ва 406_8

Мисол 1.15. 363_8 , 32_8 ва 23_8 , 7_8 сонларининг йиғиндисини ва айирмасини топинг.

Ечиш.

$$\begin{array}{r} \text{а) } 363_8, 32_8 \\ + 23_8, 7_8 \\ \hline \end{array}$$

$$407_8, 22_8$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 363_8, 32_8 \\ - 23_8, 7_8 \\ \hline \end{array}$$

$$337_8, 42_8$$

Жавоб: $407_8, 22_8$ ва $337_8, 42_8$

Мисол 1.16. Саккизлик саноқ системасида 23_8 сонини 148_8 сонига кўпайтиринг.

Ечиш.: Сонларни саккизлик саноқ системасида кўпайтириш учун уларни одатдагидек бир устунга ёзиб, кетма - кет кўпайтирамиз. Ҳосил бўлган кўпайтмаларни қўшиб чиқамиз:

$$\begin{array}{r}
 23_8 \\
 * 14_8 \\
 \hline
 114 \\
 + 23 \\
 \hline
 344_8
 \end{array}
 \quad
 \text{Жавоб: } 344_8$$

Мисол 1.17. Саккизлик саноқ системасидаги 23_8 , 4_8 ва 12_8 , 2_8 сонларни ўзаро кўпайтиринг.

Ечиш.

$$\begin{array}{r}
 23, 4_8 \\
 * 12, 2_8 \\
 \hline
 470 \\
 + 470 \\
 234 \\
 \hline
 307, 70_8
 \end{array}
 \quad
 \text{Жавоб: } 307, 70_8$$

Ўн олтилик саноқ системаси. Сонларни ўн олтилик саноқ системасида ифодалаш учун ўн олтига белгидан: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, А, В, С, D, Е, F) фойдаланилади. Ўн олтилик саноқ системасида ўн олти сони . Яхлит бир бутунликни ташкил этгани учун 10-га тенгдир.

Ўн олтилик саноқ системасида арифметик амалларни бажариш тартиби ўнлик саноқ системаси каби амалга оширилади. Агар ўн олтилик саноқ системасидаги қўшиладиган қўшилувчилар куп хонали булса унда 5-жадвал маълумотларидан фойдаланиш мумкин.

Ўн олтилик саноқ системасида қўшиш жадвали:

5- жадвал

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Жадвал маълумотлари асосида ўн олтилик саноқ системасида қўшиш ва айириш амалларига мисоллар келтирамиз:

Мисол 1.18. $A3B9$, EF_{16} сонига 342 , $A1_{16}$ сонини қўшинг.

Ечиш.

$$\begin{array}{r}
 A3B9, EF_{16} \\
 + \quad 342, A1_{16} \\
 \hline
 A6FC, 90_{16}
 \end{array}
 \quad \text{Жавоб: } A6FC, 90_{16}$$

Мисол 1.19. $12FE$, AB_{16} сонига ABC , 13_{16} сонини қўшинг.

Ечиш.

$$\begin{array}{r}
 12FE, AB_{16} \\
 + \quad ABC, 13_{16} \\
 \hline
 1DBA, BE_{16}
 \end{array}
 \quad \text{Жавоб: } 1DBA, BE_{16}$$

Мисол 1.20. $12FE$, AB_{16} сонидан ABC , 13_{16} сонини айириг.

Ечиш.

$$12FE, AB_{16}$$

- $ABC, 13_{16}$

$842, 98_{16}$

Жавоб: $842, 98_{16}$

Ўн олтилик санок системасида кўпайтириш жадвали:

6- жадвал

*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	10
2	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3E	46	40	54	58	62	69
8	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	AB	84
D	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	F	1E	2D	3C	4B	5A	59	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

Жадвал маълумотлари асосида ўн олтилик санок системасида кўпайтириш амалини бажарамиз.

Мисол 1.21. $A3E, 12_{16}$ сонини $39, A1_{16}$ сонига кўпайтиринг.
Ечиш.

$$\begin{array}{r}
 A3E, 12_{16} \\
 * \quad 39, A1_{16} \\
 \hline
 A3E12 \\
 + \quad 666CB4 \\
 \quad 5C2EA2 \\
 \quad 1EBA36 \\
 \hline
 24E43, OB52_{16}
 \end{array}$$

Жавоб: $24E43, OB52_{16}$

Мисол 1.22. $3A5, 1F_{16}$ сонини $14, 2_{16}$ сонига кўпайтиринг.
Ечиш.

$$\begin{array}{r}
 3A5, 1F_{16} \\
 * 14, 2_{16} \\
 \hline
 74A3E \\
 + E947C \\
 3A51F \\
 \hline
 495B, 0FE_{16}
 \end{array}
 \quad \text{Жавоб: } 495B, 0FE_{16}$$

1.3. КОМПЬЮТЕРЛАРДА СОНЛАРНИНГ ТАВСИФЛАШ ФОРМАЛАРИ. ҚЎЗҒАЛУВЧИ ВА ҚЎЗҒАЛМАС ВЕРГУЛЛИ СОНЛАР.

ЭҲМларда иккилик сонларни икки хил кўриниши ишлатилади. Булар: нормал ва табиий кўринишларидир. Сонларнинг табиийи кўринишидан биз кундалик ҳаётда кўп фойдаланамиз. Сонларнинг табиий кўринишида вергулнинг ўрни бир жойда, яъний унинг бутун ва каср қисми орасида жойлашганлиги бу сонлар қўзғалмас вергулли сонлар дейилади. Қўзғалмас вергулли кўринишда тасвирланган сонлар устида амаллар жуда содда бажарилади, чунки вергулнинг ўрни ўзгармайди. Шунинг учун хоналардаги рақамларни мос равишда қўшиб қўйиш талаб этилади. Бу усулнинг камчилиги, ишлатиладиган сонларнинг чегараланганидир, бу эса ҳисоб ишларини олиб боришда анча қийинчилик туғдиради.

Сонларни қўзғалувчан вергулли кўринишда тасвирлаш.

Q асосли санок системасидаги ихтиёрий a сони ($a \neq 0$), қўзғалувчан вергулли кўринишда бу усулда қуйидагича тасвирланади:

$$a = \pm M * Q^{\pm p},$$

бу ерда M - a сонининг мантиссаси дейилади у мусбат тўғри касрдан иборат, p - a сонининг тартиби дейилади, у - бутун сон ҳисобланади. Q - эса санок системасининг асосидир.

Сонларни бу усулда тасвирлашнинг камчиликлари ҳам мавжуд. Унда белгиларнинг кўпайиб кетиши ва шу билан мос ҳолда арифметик амалларни бажариш жараёнининг мураккаблашиши кузатилади.

Нормал формани аниқлашда мантиссанинг катталигига ҳеч қандай шарт қўйилмайди, фақат каср тўғри бўлса, етарли ҳисобланади. Шунинг учун тартибнинг ўзгариши билан мантиссанинг ҳам вергулнинг ҳам ўрни ўзгариб боради. Бунда вергул сузиб юргандай туюлади. Шунинг учун кўпинча нормал формадаги сонларни кўзгалувчан вергулли сонлар дейилади.

Нормал кўзгалувчан вергулли сонлар билан ишлайдиган машиналарнинг иккита камчилигини таъкидлаш мумкин.

1) Сонларнинг ёзилиши ягона бўлмаганлиги туфайли арифметик кўрилмани мураккаблаштириш зарурияти туғилади. Нормал сонларнинг (форманинг) кўплаб кўринишларидан бири мантиссанинг Юқори разряди (вергулдан кейинги биринчи сон) нолга тенг бўлмаган сонли кўриниши *нормаллаштирилган сон* дейилади. Демак сонларнинг бошқа кўринишлари *нормаллаштирилмаган сон* дейилади.

Машина хотирасида, разряд тўрининг чекланганлиги туфайли мантиссанинг кичик разрядлари йўқолмаслиги, яъни сонлар тавсифининг аниқлиги пасаймаслиги учун улар нормаллаштирилган кўринишда сақланади.

Лекин арифметик амалларни бажариш жараёнида натижа нормаллашмаган бўлиши мумкин. Шунинг учун машиналарда сонларни автоматик нормаллаштирувчи махсус схема ўрнатилган.

Нормаллаштириш- соннинг мантиссаси вергулдан кейин нечта нолга эга бўлса, шунча хона чапга сурилиши ва тартиб сонини шунча бирликка камайитиришга асосланган. Нормаллаштириш операциясини мисолда кўрамиз:

Мисол 1.22.

$X_1 = 10^5 * 0,001183754_{(10)}$ ва $X_2 = 10^{1000} * 0,0111011011_{(2)}$ сонларни нормаллаштиринг.

Жавоб: $X_{\text{норм}} = 10^3 * 0, 118375 = 3; 0, 118375_{(10)}$;

$X_{\text{норм}} = 10^{11} * 0, 111011011 = 111; 0, 111011011_{(2)}$

2) Сонларни нормаллаштиришнинг камчилиги шундаки, унда соннинг турли қисмлари (мантисса ва тартиб) билан турли амалларни бажариш жараёнида АМК (арифметик мантиқий кўрилма) схемасини мураккаблаштириш заруриятидир туғилади. Яъни иккита сонни кўпайтиришда, уларнинг мантиссаларини кўпайтириш тартибларини эса алгебраик кўшиш керак бўлади.

Кўзғалмас вергулли сонлар билан ишловчи машиналар кўрсатилган камчиликларга эга эмас. Лекин бу кўзғалмас вергулли сонлар билан ишловчи машиналар фақат ижобий характеристикаларга эга дегани эмас. Бу машиналар ҳам маълум даражада камчиликларга эга, чунки улар разряд тўрининг чегарали ўлчамида, операциялар олиб бориш учун кам диапазондаги сонларни қабул қилади.

Кўзгалувчи вергулли сонлар режимида сонлар диапазони жуда катта бўлиб, у -10^{99} дан $+10^{99}$ гача ораликни ташкил этади. Кўзғалмас вергулли сонлар режимида эса машина сонлари диапазондан ташқарида бўлиш хавфи анча юқоридир. Чунки барча машина сонлари жуда тор ораликда (-10^3 дан $+10^3$) гача берилган. Шунинг учун кўзғалмас вергулли сонлар билан ишловчи машиналарда разряд тўрининг тўлиб кетиши мумкин. Бунда соннинг юқори разрядлари йўқолади, бу эса, унинг қўпол ва ноаниқ аксланишига олиб келади.

ЭХМларда турли амалларни бажариш учун сонларни махсус машина кодлари билан кодлаштириш зарур керак. Сонлар устида айириш амалини кўшиш амалига алмаштириш эҳтиёжи пайдо бўлади, кўшимча ва тескари кодлардан фойдаланилади.

Тўғри код.

Манфий соннинг тўғри коди деб, унинг табиий кўринишда тасвирлашга айтилади ва ишорали разрядига 1 сони кўйилади.

Мусбат соннинг тўғри коди унинг табиий кўринишига мос тушади.

$A=0, a_1 a_2 a_3 \dots a_n$ иккилик сонининг тўғри кодини ҳосил қилиш учун қуйидаги ифодадан фойдаланиш мумкин

$$A_{\text{тўғ}} = \begin{cases} A, & \text{агар } A > 0 \\ 1 - A, & \text{агар } A < 0 \end{cases}$$

Мисол 1.23. $X_1 = +0, 110011_2$ ва $X_2 = -0, 110011_2$ касрли иккилик сонларни тўғри кодда тасвирланг.

Жавоб: $[X_1]_{\text{тўғ}} = 0, 110011$; $[X_2]_{\text{тўғ}} = 1, 110011$.

Оддий бўлганлиги учун, ЭХМларда тўғри код кенг тарқалган. Унда сонларни хотирага сақлаш, сонларни кўпайтириш катта қулайликларга эга. Лекин қўшиш амалини тўғри кодда бажариш қийинчилик туғдиради. Қўшиш амалини мурракаброк кодлаштириш билан бажариш мумкин.

Қўшимча код.

Иккилик манфий соннинг қўшимча коди қуйидаги қоида билан топилади: Соннинг белгили разрядига бир ёзилади, бошқа ҳамма разрядларда рақамлар ўзаро тескари рақамларга алмаштиради, шундан кейин соннинг энг кичик разрядига бир қўшилади.

Қўшимча код қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$A_{\text{қўш}} = \begin{cases} A, & \text{агар } A > 0 \\ 10 + A, & \text{агар } A < 0 \end{cases}$$

Юқоридаги ифодадан маълумки, иккилик мусбат соннинг қўшимча коди унинг тўғри кодига тенг.

Мисол 1.24. $X_1 = +0, 110011_2$ ва $X_2 = -0, 110011_2$ касрли иккилик сонларни қўшимча кодда тасвирланг.

Жавоб: $[X_1]_{\text{қўш}} = 0, 110011$; $[X_2]_{\text{қўш}} = 10 + (-0, 110011) = 1, 010110$

Манфий соннинг қўшимча кодидан унинг тўғри кодига ўтиш қийин эмас. Лекин амалиётда бошқа қоидадан ҳам фойдаланиш мумкин. Соннинг ишорали разрядига бир ёзилади, қолган разрядларига сонлар ўзаро

тескари сонларга алмаштирилади, кейин соннинг энг кичик разрядига бир қўшилади.

Мисол 1.25. $X_1 = -0,0101_2$ касрли иккилик сонларни қўшимча кодда тасвирланг.

Жавоб:

$$[X_1]_{\text{қўш}} = 1, 1010 + 0, 0001 = 1, 1011$$

Тескари код.

Тескари код қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$A_{\text{тес}} = \begin{cases} A, & \text{агар } A > 0 \\ 10 + A - 10^n, & \text{агар } A < 0 \end{cases}$$

Иккилик манфий соннинг тескари кодини қуйидаги қоида асосида топиш мумкин: соннинг ишорали разрядига бир ёзилади, ҳамма бошқа разрядларда рақамлар ўзаро тескари рақамларга алмаштиради.

Мисол 1.26. $X_1 = +0,110011_2$ ва $X_2 = -1,110011_2$ касрли иккилик сонларни тескари кодда тасвирланг.

Жавоб:

$$[X_1]_{\text{тес}} = 0, 110011; [X_2]_{\text{тес}} = 1, 001100$$

1.4. МАШИНА КОДЛАРИДАГИ ИККИЛИК СОНЛАРНИ АЛГЕБРАИК ҚЎШИШ ҚОИДАЛАРИ. ҚЎЗҒАЛМАС ВЕРГУЛЛИ СОНЛАРНИ ҚЎШИШ.

Қўзғалмас вергулли сонларни машиналарда алгебраик қўшиш учун, тўғри қўшимча ёки тескари машина кодларининг биридан фойдаланилади. Натижа ҳам шу кодлардан бирида олинади. Кўп ҳолларда қўшимча ва тескари кодлар ишлатилади. Бунда ишорали разряд ва каср қисм бир бутун сон деб қаралади ва машина уларнинг тўғри каср ёки бутун кўринишида берилганига қарамай, худди, мусбат сонлардек операцияларни амалга оширади. Тескари ва қўшимча кодларнинг устунлиги шундаки, йиғиндининг тўғри белгиси автоматик ҳолда сонларнинг ишорали разрядларини қўшиш ва қўшни кичик разряддан сонларни кўчиши жараёнида аниқланади. Агар ишорали разряддан 1 кўчиришга тўғри келса, қўшимча кодда қўшганда у ташлаб юборилади, тескари кодда эса охири

(кичик) разрядга қўшиб ёзилади. Иккилик сонларни қўшиш жадвал асосида амалга оширилади. Аслида эса разрядли қўшишда иккита эмас учта сон катнашади. Учинчи сон қўшни разряддан ўтган қўчириладиган рақам ҳисобланади.

Қўп разрядли сонларни алгебраик қўшиш одатда разрядли қўшиш - айиришдек n та бир хил операциядан иборат бўлган жараёнлар сифатида ташкил қилинади. Бунда қўшилувчилар ишораларига кўра 4 ҳолат бўлиши мумкин:

- 1) $X_1 > 0$, $X_2 > 0$, $X_3 = X_1 + X_2 > 0$;
- 2) $X_1 > 0$, $X_2 < 0$, $X_3 = X_1 + X_2 > 0$;
- 3) $X_1 > 0$, $X_2 < 0$, $X_3 = X_1 + X_2 < 0$;
- 4) $X_1 < 0$, $X_2 < 0$, $X_3 = X_1 + X_2 < 0$;

Ҳар бир ҳолатни мисолларда кўрамыз. Таққослаш қулай бўлиши учун ҳамма натижаларни 7-жадвалга киритамиз. Қўришнинг аниқлиги ва таҳлил учун бу жадвалда барча сонлар тўғри каср кўринишида берилган. Лекин Қўп разрядли бутун сонларни қўшиш ҳам, касрларни қўшиш каби бажарилишини унутмаслик лозим.

Жадвал таҳлили, алгебраик қўшишда тескари ёки қўшимча кодларнинг ишлатилиши, ишораларнинг ҳар қандай ҳолатида ҳам қийинчилик тўғдирмаслигини кўрсатади. Қизиги шундаки, натижанинг белгиси автоматик ҳолда сақланади. Бу ҳолатнинг механизмини олишга ҳаракат қиламиз. Бизга қийматлар қўшимча кодда берилган дейлик. Бошқа йиғинди сонлар каби, унинг белгиси учта қўшилувчилар белгили сонлари ва қўшилувчи сондан иборат.

1 ҳолат. Агар сонларнинг масштаблари тўғри олинган ва разряд тўғри тўлиб тошмаган бўлса, қўшилувчиларнинг ишорали сонлари ва разрядга қўчирма нолга тенг бўлиши керак, чунки:

$$/[X_1]_{\text{қўш}} + [X_2]_{\text{қўш}} / < 1 \quad (1.4)$$

Шундай қилиб, йиғиндининг белгиси қуйидагича аниқланади:

1 - соннинг ишора рақами	0, ...
	+
2 - соннинг ишора рақами	0, ...
	+
сонли разрядлардан кўчирма рақам	0
йиғиндининг ишора рақами	0, ...

Олинган натижа кўрилган ҳолда натижа ишораси автоматик ҳолда ҳосил бўлишини яна тасдиқлайди.

2 ҳолат. Бунда мусбат қўшилувчи $X1$ нинг модули $X2$ нинг модулидан катта бўлгани учун:

$$/[X1]_{\text{кўш}} + [X2]_{\text{кўш}} / > 1 \quad (1.5)$$

муносабат ўринлидир.

Бу ҳолатда ишора рақами доим 1га тенг . 1.5 ифоданинг ҳақиқийлиги $/[X1]_{\text{кўш}} + [X2]_{\text{кўш}} / = 1$ ва

$/[X1]_{\text{кўш}} / = /X1/ > /X2/$ дан келиб чиқади.

Шундай қилиб, натижа ишораси қуйидаги қисмлардан тузилади:

1 - соннинг ишора рақами	0, ...
	+
2 - соннинг ишора рақами	1, ...
	+
сонли разрядлардан кўчирма рақам	1
йиғиндининг ишора рақами	<u>10</u> , ...
	└───────────────────▶
	ташлаб юборилади

7- жадвал

Оддий Кўриниши	Код		
	Тўғри	Қўшимча	Тескари
	l x o л а т		
$\begin{array}{r} X_1 = 0,10101 \\ + X_2 = 0,00101 \\ \hline X_3 = 0,11010 \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{тўғ}} = 0,10101 \\ + [X_2]_{\text{тўғ}} = 0,00101 \\ \hline [X_3]_{\text{тўғ}} = 0,11010 \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{қўш}} = 0,10101 \\ + [X_2]_{\text{қўш}} = 0,00101 \\ \hline [X_3]_{\text{қўш}} = 0,11010 \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{тес}} = 0,10101 \\ + [X_2]_{\text{тес}} = 0,00101 \\ \hline [X_3]_{\text{тес}} = 0,11010 \end{array}$
2	х о	л а т	
$\begin{array}{r} X_1 = 0,10101 \\ + X_2 = -0,00101 \\ \hline X_3 = 0,10000 \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{тўғ}} = 0,10101 \\ + [X_2]_{\text{тўғ}} = 1,00101 \\ \hline [X_3]_{\text{тўғ}} = 0,10000 \\ \text{(айриш бажарилади)} \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{қўш}} = 0,10101 \\ + [X_2]_{\text{қўш}} = 1,11011 \\ \hline [X_3]_{\text{қўш}} = \underline{10},11010 \\ \text{олиб ташланади} \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{тес}} = 0,10101 \\ + [X_2]_{\text{тес}} = 1,11010 \\ \hline 10,01111 \\ +1 \\ \text{Циклик қўчириш} \\ [X_3]_{\text{тес}} = 0,10000 \end{array}$
3	х о	л а т	
$\begin{array}{r} X_1 = -0,10101 \\ + X_2 = 0,00101 \\ \hline X_3 = -0,10000 \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{тўғ}} = 1,10101 \\ + [X_2]_{\text{тўғ}} = 0,00101 \\ \hline [X_3]_{\text{тўғ}} = 1,10000 \\ \text{(айриш бажарилади).} \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{қўш}} = 1,01011 \\ + [X_2]_{\text{қўш}} = 0,00101 \\ \hline [X_3]_{\text{қўш}} = 1,10000 \\ \text{Кодни алмаштириш.} \\ [X_3]_{\text{тўғ}} = 1,10000 \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{тес}} = 1,01010 \\ + [X_2]_{\text{тес}} = 0,00101 \\ \hline [X_3]_{\text{тес}} = 1,01111 \\ \text{Кодни} \\ \text{алмаштириш.} \\ [X_3]_{\text{тўғ}} = 1,10000 \end{array}$
4	х о	л а т	
$\begin{array}{r} X_1 = -0,10101 \\ X_2 = -0,0101 \\ \hline X_3 = -0,11010 \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{тўғ}} = 1,10101 \\ + [X_2]_{\text{тўғ}} = 1,00101 \\ \hline [X_3]_{\text{тўғ}} = 1,11010 \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{қўш}} = 1,01011 \\ + [X_2]_{\text{қўш}} = 1,11011 \\ \hline [X_3]_{\text{қўш}} = \underline{11},00110 \\ \text{олиб ташланади} \\ \text{Кодни алмаштириш.} \\ [X_3]_{\text{қўш}} = 1,11010 \end{array}$	$\begin{array}{r} [X_1]_{\text{обр}} = 1,01010 \\ + [X_2]_{\text{обр}} = 1,11010 \\ \hline 11,00100 \\ +1 \\ \text{циклик қўчириш} \\ [X_3]_{\text{тес}} = 1,00101 \\ \text{Кодни} \\ \text{алмаштириш.} \\ [X_3]_{\text{тўғ}} = 1,11010 \end{array}$

3 ҳолат. Бунда манфий қўшилувчининг модули катта бўлганлиги учун:

$$/[X1]_{\text{қўш}} + [X2]_{\text{қўш}} / < 1 \quad (1.6)$$

ифода ўринли булади.

Бу ишора разрядига кўчирма сон доим нолга тенг бўлишини билдиради. У одатдаги муносабатлардан келиб чиқади:

$$/[X1]_{\text{қўш}} + [X2]_{\text{қўш}} / = 1 \quad \text{ва} \quad / [X1]_{\text{қўш}} / = /X1/ < /X2/ .$$

Натижада йиғиндининг ишораси қуйидаги йиғиндилардан иборат.

1 - соннинг ишора рақами	1, ...
	+
2 - соннинг ишора рақами	0, ...
	+
сонли разрядлардан кўчирма рақам	0
йиғиндининг ишора рақами	1, ...

Бу ҳолатда ҳам ишоранинг автоматик келиб чиқиши исботланди.

4 ҳолат. Разряд тўғри тўлиб тошмаганда ва масштаб тўғри танланганда ишора разряди албатта бирга тенг бўлиши керак.

Бу $/X1/ + /X2/ < 1$ муносабатдан келиб чиқади. Бундан эса қуйидаги ифода келиб чиқади.

$$/[X1]_{\text{қўш}} + [X2]_{\text{қўш}} / > 1 \quad (1.7)$$

Бу ҳолатда ишора пайдо бўлишини таҳлил қилиб қуйидагини ҳосил қиламиз.

1 - соннинг ишора рақами	1, ...
	+
2 - соннинг ишора рақами	1, ...
	+
сонли разрядлардан кўчирма рақам	1
йиғиндининг ишора рақами	<u>1</u> 1, ...
	└───────────────────▶
	ташлаб юборилади

Шундай қилиб, тўртта ҳолатда ҳам қўшилувчиларни оддий қўшиш орқали йиғиндининг ишораси автоматик ҳосил бўлишини исботладик. Бундай усулларда плюс ишораси 1 билан, минус ишора 0 билан белгиланади.

Амалиётда кўпинча модификацияланган машина кодларидан фойдаланадилар. Модификацияланган кодларда сонларнинг ишоралари иккита рақам билан белгиланади: плюс иккита ноль билан ва минус иккита бир билан.

Бошқа комбинациялар (01 ва 10) ман этилади ва йиғиндининг ишорали разрядларида уларнинг пайдо бўлиши разряд сетканинг тўлиб тошиши ҳақида англатади.

1.5. ҚЎЗГАЛУВЧИ ВЕРГУЛИ ИККИЛИК СОНЛАРНИ ҚЎШИШ.

Агар нормал кўринишда иккита $X_1 = m_1 \cdot 10^{P_1}$ ва $X_2 = m_2 \cdot 10^{P_2}$ сонлар берилган бўлса, уларни қўшиш учун, даставвал сонларларни бир хил тартибга келтириш керак, яъни қўшилувчилардан бирига, масалан, биринчисига, қуйидаги ўзгартиришларни киритиш керак:

$$X_1 = m_1 \cdot 10^{P_1} = m_1^* \cdot 10^{P_2} = m_1^* \cdot 10^{P_{\text{ум}}}$$

Кейинги босқичда асос даражасини қавсдан ташқарига чиқариб, мантиссаларни қўшиш лозим:

$$X_1 + X_2 = m_1^* \cdot 10^{P_{\text{ум}}} + m_2 \cdot 10^{P_{\text{ум}}} = (m_1^* + m_2) \cdot 10^{P_{\text{ум}}}$$

Ўзгартиришда доим кичик сонни танлаш керак, акс ҳолда мантиссалар йиғиндиси разряд турининг тўлиб тошишига олиб келади. Шундай қилиб, нормал формадаги сонларни машиналарда қўшиш амали 4 босқичга бўлинади:

1) *Қўшилувчилар тартибини тенглаштириш* : кичик тартиб каттасига оширилади, ўзгартирилган сон мантиссаси эса мос разрядлар сонига ўнгга сурилади. Амалиётда қўшилувчилар тартиби айирилади.

2) *Мантиссаларни қўйиш.* Қўшилувчилар мантиссалари модификацияланган кодларнинг биттасига ўзгартирилади. Қўшилувчилар мантиссалари қўзғалмас вергулли каср сонлардай қўшилади. Сонларнинг йиғиндиси мантиссаларнинг йиғиндисига тенг бўлади. Йиғиндининг тартиби қўшилувчиларнинг умумий тартибига, яъни катта соннинг тартибига тенг. Зарурият бўлса, йиғиндининг мантиссаси тўғри кодга ўтказилади.

3) *Натижани нормализациялаш.* Қўшилувчилар мантиссаларининг қийматларига қараб йиғинди: нормализацияланган, ўнгга денормализацияланган, чапга денормализацияланган бўлиши мумкин.

Агар қўшилувчилар мантиссаларининг абсолют қийматлари бирдан кичик бўлса, разряд тўри тўлиб тошиши мумкин, бу нормализациянинг вергулдан чап томонига бузулишини билдиради. Бундай бузилишнинг белгиси – йиғинди модификацияланган кодининг ишорали разрядларига ҳар хил ракамларнинг пайдо бўлишидадир (масалан, 01, 101... ёки 10, 101...). Нормализацияни қайта тиклаш учун йиғиндининг мантиссаси ўнгга бир хонага сурилади ва йиғиндининг тартиби бирга камайтирилади. Бундай сонни коррективроқлаш ўнгга нормализациялаш дейилади.

Мантиссаларнинг алгебраик қўшилишида натижа 0, 1... кам чиқиши мумкин. Бу нормализацияни вергулдан ўнг томонига бузулишини билдиради. Бундай бузилишнинг белгиси – йиғиндининг мантиссаси вергулдан ўнг томонга бирта ёки бир нечта нолни пайдо бўлиши билан характерланади. Чапга нормализациялашда мантиссанинг катта (биринчи) разряди нолга тенг бўлмаслиги учун уни керакли разрядлар сонига ўнгга суриш керак. Йиғиндининг тартиби керакли бирликлар сонига камайтирилади.

Агар йиғинди мантиссасининг ҳамма разрядлар нолга тенг бўлса, нормализация жараёни ўтказилмайди.

Мисол 1.27. $A = + 0, 10100 \cdot 10^{+101}$ ва $B = - 0, 10110 \cdot 10^{+100}$ сонларнинг йиғиндисини топинг.

Ечиш. 1. Қўшилувчиларнинг тартибларини тенглаштириш учун А соннинг тартибидан В соннинг тартибини айириш керак. Айиришни модификацион қўшимча кодда қўшиш амали билан алмаштирамиз.

$$\begin{array}{r} + P_{A \text{ қўш}}^M = 00, 101 \\ P_{B \text{ қўш}}^M = 11, 100 \\ \hline (P_A + P_B)_{\text{қўш}}^M = 00, 001 \end{array}$$

P_A P_B дан бирга катта бўлганлиги сабабли В соннинг мантиссасини бир хона ўнгга сурамиз, яъни $M_{B\text{тўғ}} = 1, 101100 = 1, 01011$.

2. Мантиссаларни модификацион қўшимча кодда қўшиб чиқамиз.

$$\begin{array}{r} + M_{A \text{ қўш}}^M = 00, 10100 \\ M_{B \text{ қўш}}^M = 11, 10101 \\ \hline (M_A + M_B)_{\text{қўш}}^M = 00, 01001 \end{array}$$

↑ нормализация бузилган ҳолат.

3. $0, 01001 \cdot 10^{+101}$ га тенг натижани нормализациялаш учун унинг мантиссасини бир хона чапга суриш керак ва унинг тартибидан бирни айириш керак. Нормализацияланган натижа:

$$A + B = 0, 1001 \cdot 10^{+100}.$$

Мисол 1.28. $A = 0, 10100 \cdot 10^{+011}$ ва $B = 0, 11100 \cdot 10^{+101}$ сонларни қўшиб чиқинг.

Ечиш. 1. Қўшилувчиларнинг тартибларини тенглаштирамиз.

$$\begin{array}{r} + P_{A \text{ қўш}}^M = 00, 001 \\ P_{B \text{ қўш}}^M = 11, 011 \\ \hline (P_A + P_B)_{\text{қўш}}^M = 11, 110 \end{array}$$

$$(P_A + P_B)_{\text{тўғ}}^M = 11, 010$$

P_A P_B дан иккита бирликка кичик бўлганлиги сабабли В соннинг мантиссаси икки хона ўнгга сурилади, яъни $M_{A\text{тўғ}} = 0, 101000 = 0, 00101$

2. Мантиссаларни модификацион қўшимча кодда қўшиб чиқамиз.

$$\begin{array}{r} + M_{A \text{ қўш}}^M = 00, 00101 \\ M_{B \text{ қўш}}^M = 00, 11100 \\ \hline (M_A + M_B)_{\text{қўш}}^M = 01, 00001 \end{array}$$

↑ нормализация бузилган ҳолат.

3. $A+B = 01, 00001 \cdot 10^{+101}$ га тенг натижани нормализациялаш учун унинг мантиссасини бир хона ўнгга суриш керак ва унинг тартибига бир қўшиш лозим. Нормализацияланган натижа:

$$A + B = 0, 100001 \cdot 10^{+110}.$$

16-лик асосли қўзғалувчи вергулли сонлар устида қўшиш амалини кўриб чиқамиз. Бундай сонлар учун нормализация амалини бажаришда ва тартибларни тенглаштиришда мантиссани 4 га каррали разряд сонига суриш талаб этилади. Қўзғалувчи вергули сонларнинг формати 4 байтга тенг деб шартли равишда қабул қиламиз: соннинг ишорасини ва характеристикасини ёзиш учун 1 байт ишлатилади, мантиссасини ёзиш учун эса 3 байт ишлатилади.

Мисол 1.29. $A=(324)_{16}$ и $B=(-14A6)_{16}$ сонларни қўшиб чиқинг.

Ечиш. $A=+0, 324 \cdot 16^{+3}$, $B=-0, 14A6 \cdot 16^{+4}$ нормализацияланган сонларнинг характеристикаларини топамиз.

A ва B сонларнинг тартиблари

$P_A = +11$, $P_B = +100$ га тенг, демак характеристикалари

$$P_A^x = 11 + 1000000 = 1000011;$$

$$P_B^x = 100 + 1000000 = 1000100 \text{ га тенг.}$$

Сонларнинг шартли форматдан фойдаланиб, A ва B ни нормализацияланган шаклида ёзамиз:

Ишора	Характеристика	Мантисса
A → 0.	100 0011 0011	0010 0100 0000 0000 0000
B → 1.	100 0100 0001	0100 1010 0110 0000 0000

2. Характеристикаларни тенглаштирамиз. Шунинг учун характеристикаларни модификацион қўшимча кодда айриб чиқамиз.

$$\begin{array}{r}
 P_{A \text{ қўш}}^x = 00. 1000100 \\
 + \\
 P_{B \text{ қўш}}^x = 11. 0111101
 \end{array}$$

$$(P_A^x + P_B^x)_{\text{кўш}} = 100.0000001$$

↑
нуқолади

Характеристикаларнинг айирмаси +1га тенг, демак бир 16-лик разрядга А соннинг мантиссасини ўнгга суриш керак:

Ишора	Характеристика	Мантисса
A → 0.	100 0100 0000	0011 0010 01000 0000 0000

3. А ва В сонларнинг мантиссаларини қўшимча кодда қўшиб чиқамиз:

Ишора	Мантисса
+ M _A кўш = 00.	0000 0011 0010 0100 0000 0000
M _B кўш = 11.	1110 1011 0101 1010 0000 0000
(M _A + M _B) кўш =	11. 1110 1110 0111 1110 0000 0000

Разряд тури тўлиб тошмаган. Натижанинг мантиссаси манфий чиққанлиги учун уни тўғри кодга ўтказамиз:

$$(M_A + M_B)_{\text{тўғ}} = 11.0001\ 0001\ 1000\ 0010\ 0000\ 0000$$

Тўғри кодда мантиссаларнинг йиғиндиси нормализациялашган. А ва В сонларнинг нормализацияланган қўшиш натижасини ёзамиз:

Ишора	Характеристика	Мантисса
A+B= 1.	100 0100	0001 0001 1000 0010 0000 0000

$$\text{ёки } (A+B)_{16} = -0,1182 \cdot 16^{+4}.$$

Мисол 1.30. A=(+10B3)₁₆ ва B=(-C7)₁₆ сонларни қўшиб чиқинг.

Ечиш. A=+0, 10B3*16⁺⁴ ва B=-C7*16⁺²
нормализацияланган сонларнинг характеристикаларини топамиз.

А ва В сонларнинг тартиблари

P_A = + 100, P_B = + 10 га тенг, демак характеристикалари

$$P_A^x = 100 + 1000000 = 1000100;$$

$$P_B^x = 10 + 1000000 = 1000010 \text{ га тенг.}$$

Сонларнинг шартли форматларидан фойдаланиб, А ва В ни нормализацияланган шаклида ёзамиз:

Ишора	Характеристика	Мантисса							
/									
A → 0.	100 0100	0001	0000	1011	0011	0000	0000		
B → 1.	100 0010	1100	0111	0000	0000	0000	0000		

2. Характеристикаларни тенглаштирамиз. Шунинг учун характеристикаларни модификацион қўшимча кодда айриб чиқамиз.

$$\begin{array}{r}
 + P_A^x \text{ қўш} = 00.1000100 \\
 P_B^x \text{ қўш} = 11.0111110 \\
 \hline
 (P_A^x + P_B^x) \text{ қўш} = 100.0000010
 \end{array}$$

↑
йўқолади

Характеристикаларнинг айирмаси 2-га тенг, демак иккита 16-лик разрядга В соннинг мантиссасини ўнгга суриш керак:

В соннинг мантиссасини сурамиз:

B → 1.	100 0100	0000	0000	1100	0111	0000	0000
Ишора	Характеристика	Мантисса					

3. Мантиссаларни қўшиб чиқамиз:

Ишора	Мантисса
+ M _A қўш = 00.	0001 0000 1011 0011 0000 0000
M _B қўш = 11.	1111 1111 0001 1001 0000 0000
(M _A + M _B) қўш = 100.	0000 1111 1110 1100 0000 0000

↑
йўқолади

Мантиссаларнинг йиғиндиси мусбат. Натижани ёзамиз:

A+B= 0.	100 0100	0000	1111	1110	1100	0000	0000
Натижанинг ишораси	Характеристика	Мантисса					

Натижа нормализацияланмаган

4. Натижани нормализациялаштирамиз. Шунинг учун натижанинг мантиссасини бирлик 16 разрядга чапга сурамиз ва характеристикадан бирни айриб чиқамиз. Натижани нормализациялаштирилган формада ёзамиз:

	Ишора	Характеристика	Мантисса					
A+B	→ 0.	100 0011	1111	1110	1100	0000	0000	0000

ёки $A+B=+0$, $AUC \cdot 16^3 = (AUC)_{16}$.

II БОБ. РАҚАМЛИ ТЕХНИКАНИНГ МАНТИҚИЙ АСОСЛАРИ

2.1 Мантиқ алгебрасидаги мантиқий ўзгарувчилар ва функциялар

Математик мантиқнинг асосий қисмларидан бири - **мантиқ алгебраси** ҳисоблаш машиналарининг асоси ҳисобланади. Мантиқ алгебраси фикрлар билан иш кўради. **Фикр** деганда ҳақиқий ёки ёлғонлиги нуқтаи назаридан билдирилган ҳар қандай тасдиқ тушунилади. Фикрнинг ҳақиқийлиги ёки ёлғонлигидан бошқа аломатлари (яхши, ёмон, нодир ва ҳ.) эътиборга олинмайди.

Мантиқ алгебрасида фикрларнинг ҳақиқийлиги 1 билан, ёлғонлиги 0 билан тенглаштириш қабул қилинган. Фикрларнинг бу иккили табиатига мослигини ҳисобга олиб, уларни **мантиқий ўзгарувчилар** деб аташади. Фикрлар ёки мантиқий ўзгарувчилар *оддий* бўлади ва лотин алифбосининг кичик ҳарфлари - $x, y, z, x_1, x_2, a, b, \dots$ билан белгиланади.

Оддий фикрлардан мантиқий ўзгарувчиларнинг иккили функциялари ҳисобланувчи *мураккаб фикрлар* тузилади. Мураккаб фикрлар катта ҳарфлар $A, B, C, D, E, F, \dots$ билан белгиланади ва кўпинча **мантиқ алгебрасининг функцияси** (МАНФ) деб аталади.

Мантиқ алгебраси элементар мантиқий функциялар ёрдамида мантиқ алгебраси функцияларини ифодалаш ва ўзгартириш билан шуғулланади. МАНФ ларини ифодалаш ва ўзгартириш масалалари ҳисоблаш машиналарини лойиҳалашда кенг қўлланилади.

Элементар мантиқий функциялар қаторига аввало битта ўзгарувчи x нинг элементар функцияларини киритиш мумкин. Бу функциялар **ҳақиқийлик жадвали** деб аталувчи жадвалда келтирилган (1-жадвал). Умуман, ҳақиқийлик жадвали аргументларнинг (мантиқий ўзгарувчиларнинг) мумкин бўлган тўпламларидан ҳар бирига мос функция қийматини акслантиради.

1-жадвал.

Функция	x аргументли функция қиймати		Функция белгиси	Функция номи
	0	1		
f_0	0	0	0	доимо ёлғон
f_1	0	1	$\underline{x}$	ўзгарувчи
f_2	1	0	$\overline{x}$	инкор
f_3	1	1	1	доимо ҳақиқий

Иккита x ва y ўзгарувчиларнинг элементар мантикий функцияларини кўрайлик (2-жадвал).

2-жадвалдаги функциялардан бир қисми тривиал ҳисобланади. Масалан, $f_0=0$, $f_{15}=1$ ва $f_3=x$, $f_5=y$. Уларнинг ичида иккитаси элементар функциялардир - $f_{10}=\overline{y}$, $f_{12}=\overline{x}$. f_2 ва f_4 функциялари эса мос ҳолда y ва x бўйича таъқиқ функциялари ҳисобланади.

Қолганларини қисқача тавсифлайлик:

- x ва y мантикий ўзгарувчиларнинг **дизъюнкцияси**. Қисқача x ва y нинг дизъюнкцияси. $x \vee y$ каби белгиланади. « x ёки y » деб ўқилади. Таърифи: x ва y мантикий ўзгарувчиларнинг дизъюнкцияси мураккаб функция бўлиб, y фақат x ва y ёлғон бўлгандагина ёлғон ҳисобланади (3-жадвал).

- x ва y мантикий ўзгарувчиларнинг **конъюнкцияси**. $x \wedge y$ каби белгиланади. « x ҳам y » деб ўқилади. Таърифи: x ва y нинг конъюнкцияси мураккаб функция бўлиб, y фақат x ва y ҳақиқий бўлгандагина ҳақиқий ҳисобланади (4-жадвал).

3-жадвал

$0 \vee 0 = 0$
$0 \vee 1 = 1$
$1 \vee 0 = 1$
$1 \vee 1 = 1$

4-жадвал

$0 \wedge 0 = 0$
$0 \wedge 1 = 0$
$1 \wedge 0 = 0$
$1 \wedge 1 = 1$

2-жадвал

Функц я	ху аргументли функция қиймати				Функц ия белгис и	Функция номи
	00	01	10	11		
f_0	0	0	0	0	0	доимо ёлғон
f_1	0	0	0	1	$x \wedge y$	конъюнкция
f_2	0	0	1	0		у бўйича таъқиқ
f_3	0	0	1	1	x	х доимо ҳақиқий
f_4	0	1	0	0		х бўйича таъқиқ
f_5	0	1	0	1	y	у доимо ҳақиқий
f_6	0	1	1	0	$x \oplus y$	х ва у ни 2 нинг модули бўйича қўшиш
f_7	0	1	1	1	$x \vee y$	дизъюнкция
f_8	1	0	0	0	$x \uparrow y$	Пирс стрелкаси
f_9	1	0	0	1	$x \sim y$	тенг қийматлилик
f_{10}	1	0	1	0		у доимо ёлғон
f_{11}	1	0	1	1	$x \rightarrow y$	импликация
f_{12}	1	1	0	0		х доимо ёлғон
f_{13}	1	1	0	1	$y \rightarrow x$	импликация
f_{14}	1	1	1	0	x / y	Шеффер штрихи
f_{15}	1	1	1	1	1	доимо ҳақиқий

- x ва y мантикий ўзгарувчиларнинг **тенг қийматлилиги**. $x \sim y$ каби белгиланади. « x y га тенг қийматлик» деб ўқилади. Таърифи: x ва y нинг тенг қийматлилиги мураккаб функция бўлиб, y фақат x ва y ҳақиқийликлари мос келгандагина ҳақиқий ҳисобланади (5-жавдал).

- x ва y ни **2 нинг модули бўйича қўшиш**. $x \oplus y$ каби белгиланади. « x ни y га 2 нинг модули бўйича қўшиш» деб ўқилади. Таърифи: x ва y ни 2 нинг модули бўйича қўшиш мураккаб функция бўлиб, y фақат x ва y нинг ҳақиқийликлари мос келмаганда ҳақиқий ҳисобланади (6-жадвал). Баъзи адабиётларда бу функцияни **тенг қийматлилиكنинг инкори** деб ҳам аташади.

5-жадвал

$0 \sim 0 = 1$
$0 \sim 1 = 0$
$1 \sim 0 = 0$
$1 \sim 1 = 1$

6-жадвал

$0 \oplus 0 = 0$
$0 \oplus 1 = 1$
$1 \oplus 0 = 1$
$1 \oplus 1 = 0$

- x ва y нинг **импликацияси**. $x \rightarrow y$ каби белгиланади. «Агар x , унда y » деб ўқилади. Таърифи: x ва y нинг импликацияси мураккаб функция бўлиб, y фақат x ҳақиқий, y ёлғон бўлгандагина ёлғон ҳисобланади (7-жадвал). таъкидлаш лозимки, импликация сабаб ва оқибат орасидаги боғланиш маъносига эга эмас, яъни x нинг ҳақиқийлигидан y нинг ҳақиқийлик шарти келиб чиқмайди. Аксинча, импликация ёрдамида тузилган мураккаб фикрнинг ҳақиқийлиги учун x нинг ёлғонлиги кифоя. f_{13} функция $y \rightarrow x$ га мос келади.

- x ва y нинг **Шеффер штрихи**. x / y каби белгиланади. « x штрих y » деб ўқилади. Таърифи: x ва y нинг Шеффер штрихи мураккаб функция бўлиб, y фақат x ва y ҳақиқий бўлгандагина ёлғон ҳисобланади (8-жадвал).

7-жадвал

$0 \rightarrow 0 = 1$
$0 \rightarrow 1 = 1$
$1 \rightarrow 0 = 0$
$1 \rightarrow 1 = 1$

8-жадвал

$0 / 0 = 1$
$0 / 1 = 1$
$1 / 0 = 1$
$1 / 1 = 0$

9-жадвал

$0 \uparrow 0 = 1$
$0 \uparrow 1 = 0$
$1 \uparrow 0 = 0$
$1 \uparrow 1 = 0$

- x ва y нинг **Пирс стрелкаси**. $x \uparrow y$ каби белгиланади. « x Пирс стрелкаси y » деб ўқилади. Таърифи: x ва y нинг Пирс стрелкаси мураккаб функция бўлиб, y фақат x ва y ёлгон бўлгандагина ҳақиқий ҳисобланади (9-жадвал).

Юқорида кўрилган элементар мантикий функциялар ёрдамида ихтиёрий МАФни тавсифлаш мумкин.

10-жадвалда учта ўзгарувчили мантикий функция учун ҳақиқатлик жадвали келтирилган.

10-жадвал

Тўплам тартиб рақами	x_1, x_2, x_3 тўпламлари	f функция қиймати
0	000	0
1	001	0
2	010	0
3	011	1
4	100	0
5	101	1
6	110	1
7	111	1

2.2 Мантиқ алгебраси элементар функцияларининг хусусиятлари

2-жадвалдан кўриниб турибдики, элементар функциялар ўзаро маълум боғланишларга эга. Бу боғланишларни ҳамда элементар функцияларнинг хусусиятларини кўриб чиқайлик.

Конъюнкция, дизъюнкция, инкор ($\wedge$, $\vee$, $\neg$) функциялари.

Мантиқ алгебрасининг асосий қоидаларидан фойдаланиб, қуйидаги аксиомаларнинг ўринли эканлигига қаноат ҳосил қилиш мумкин. Айтайлик, x - бирор бир мантикий функция. Унда

- 1) $x = \overline{\overline{x}}$, мантикий ифодадан барча қўшалок инкорга эга бўлган ҳадларни чиқариб ташлаб, уларни дастлабки қиймат билан алмаштириш имкониятини билдиради;
- 2) бундай ўзгартириш қоидалари мантикий ифода узунлигини қисқартиришга имкон беради;

3) $x \vee 0 = x$; 4) $x \vee 1 = 1$; 5) $x \cdot 0 = 0$; 6) $x \cdot 1 = x$; 7) $x \cdot \bar{x} = 0$; 8) $x \vee \bar{x} = 1$ (мантикий ҳақиқийлик).

Дизъюнкция ва конъюнкция арифметикадаги кўпайтириш амалларига ўхшаш қатор хусусиятларга эга:

1) ассоциативлик хусусияти (уйғунлашиш қонуни):

$$x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z,$$

$$x(yz) = (xy)z$$

2) коммутативлик хусусияти (кўчириш қонуни):

$$x \vee y = y \vee x,$$

$$xy = yx;$$

3) дистрибутивлик хусусияти (тақсимланиш қонуни):

дизъюнкцияга нисбатан конъюнкция учун

$$x(y \vee z) = xy \vee xz,$$

конъюнкцияга нисбатан дизъюнкция учун

$$x \vee yz = (x \vee y)(x \vee z)$$

Бу хусусиятларнинг ўринли эканлигини юқоридаги аксиомалардан фойдаланиб исботлаш айтарлича қийин эмас.

Де Морган қонунлари сифатида маълум қуйидаги муносабатларнинг ҳақиқатлигини ҳам кўрсатиш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \overline{xy} &= \bar{x} \vee \bar{y}; \\ \overline{x \vee y} &= \bar{x} \bar{y}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Бу қонундан қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} xy &= \overline{\bar{x} \vee \bar{y}}; \\ x \vee y &= \overline{\bar{x} \bar{y}}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

демак, конъюнкцияни дизъюнкция ва инкор орқали ёки дизъюнкцияни конъюнкция ва инкор орқали ифодалаш мумкин.

Мантикий функциялар учун сингдириш қонуни сифатида маълум қуйидаги муносабатлар ўрнатилган:

$$\left. \begin{aligned} x \vee (xy) &= x, \\ x(x \vee y) &= x; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

2 нинг модули бўйича қўшиш функцияси қуйидаги хусусиятларга эга:
коммутативлик (кўчириш қонуни)

$$x \oplus y = y \oplus x;$$

ассоциативлик (уйғунлашиш қонуни)

$$x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z;$$

дистрибутивлик (тақсимланиш қонуни)

$$x(y \oplus z) = (xy) \oplus (xz).$$

Бу функция учун қуйидаги аксиомалар ўринли:

$$x \oplus x = 0; x \oplus 1 = \bar{x};$$

$$x \oplus \bar{x} = 1; x \oplus 0 = x.$$

Аксиомалар ва хусусиятлардан фойдаланиб ВА, ЁКИ, ЭМАС функцияларни 2 нинг модули бўйича қўшиш функцияси орқали ифодалаш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= x \oplus 1; \\ x \vee y &= x \oplus y \oplus xy \\ x \cdot y &= (x \oplus y) \oplus (x \vee y). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Импликация функцияси учун қуйидаги аксиомалар ўринли:

$$x \rightarrow x = 1; x \rightarrow \bar{x} = \bar{x};$$

$$x \rightarrow 1 = 1; 1 \rightarrow \bar{x} = x;$$

$$x \rightarrow 0 = \bar{x}; 0 \rightarrow x = 1.$$

Аксиомалардан кўриниб турибдики, импликация фақат кўриниши ўзгарган коммутативлик (кўчириш қонуни) хусусиятига эга

$$x \rightarrow y = \bar{y} \rightarrow \bar{x}.$$

Бу функция учун ассоциативлик хусусияти ўринсиздир.

ВА, ЁКИ, ЭМАС функциялари импликация функцияси орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\left. \begin{aligned} x \vee y &= \bar{\bar{x} \rightarrow y}; \\ xy &= \bar{x \rightarrow \bar{y}} = \bar{x} \rightarrow y; \\ \bar{x} &= x \rightarrow 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Шеффер штрихи функцияси учун қуйидаги аксиомалар ўринли:

$$x/x = \bar{x}; x/1 = \bar{x};$$

$$x / \bar{x} = 1; \quad \bar{x} / 0 = 1;$$

$$x / 0 = 1; \quad \bar{x} / 1 = x.$$

Шеффер штрихи функцияси учун фақат коммутативлик (кўчириш қонуни) ўринлидир:

$$x / y = y / x,$$

ВА, ЁКИ, ЭМАС функциялари Шеффер штрихи функцияси орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\left. \begin{aligned} xy &= \overline{x / y} = x / y / x / y; \\ \bar{x} &= x / x; \\ x \vee y &= \overline{\overline{x \vee y}} = \overline{\overline{xy}} = \bar{x} / \bar{y} = x / x / y / y. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Пирс стрелкаси функцияси учун қуйидаги аксиомалар ўринли:

$$x \uparrow x = \bar{x}; \quad x \uparrow 0 = \bar{x};$$

$$x \uparrow \bar{x} = 0; \quad x \uparrow 1 = 0.$$

Пирс стрелкаси функцияси учун фақат коммутативлик (кўчириш қонуни) хусусияти ўринли:

$$x \uparrow y = y \uparrow x.$$

ВА, ЁКИ, ЭМАС функцияларини Пирс стрелкаси функцияси орқали қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} xy &= (x \uparrow x) \uparrow (y \uparrow y); \\ x \vee y &= (x \uparrow y) \uparrow (x \uparrow y); \\ \bar{x} &= x \uparrow x. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

2.3. Мантиқ алгебраси функцияларининг аналитик ифодаланиши

Мантиқ алгебраси функцияларининг сонли, геометрик ва мантиқий схемалар ёрдамида ифодаланиши

2.3.1 Мантиқ алгебраси функциялари.

Юқорида мантиқий элементларни ифодалашда жадвал усулидан фойдаланган эдик. Жадвал усулида ўзгарувчилар қийматларининг ҳар бир тўпламига ҳақиқийлик жадвалида мантиқий функция қиймати тўғри келар эди. Бу усул ихтиёрий сонни ўзгарувчи функцияларини ёзишга имкон

берсада, бундай ёзув МАФларни таҳлил этишда ихчам бўлмайди. Формула кўринишидаги аналитик ёзув соддароқ ҳисобланади.

Мантикий алгебра функцияси берилган ўзгарувчиларнинг белгиланган тўплами $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ни кўрайлик. Ихтиёрий ўзгарувчи $x_i = \{0, 1\}$ бўлганлиги сабабли ўзгарувчи қийматларининг тўплами аслида қандайдир иккили сондан иборат. Тўпламнинг тартиб рақами ихтиёрий иккили сон i деб фарз қилиб, қуйидагини оламиз

$$i = x_1 \cdot 2^{n-1} + x_2 \cdot 2^{n-2} + \dots + x_{n-1} \cdot 2^1 + x_n.$$

Айтайлик, қуйидаги $\Phi_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ функция мавжуд:

$$\Phi_i = \begin{cases} 0, & \text{агар тўпламнинг тартиб рақами } i \text{ бўлса,} \\ 1, & \text{агар тўпламнинг тартиб рақами } i \\ & \text{бўлмаса,} \end{cases}$$

Φ_i функция **терм** деб аталади.

Дизъюнктив терм (макстерм) - тўғри ва инверс шаклда ифодаланган барча ўзгарувчиларни дизъюнкция белгиси билан боғловчи терм (баъзи адабиётларда «нулнинг конституэнти» атамаси ишлатилади).

Масалан,

$$\Phi_1 = \bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4,$$

$$\Phi_2 = x_1 \vee \bar{x}_2,$$

Конъюнктив терм (минтерм) - тўғри ва инверс шаклда ифодаланган барча ўзгарувчиларни конъюнкция белгиси билан боғловчи терм (баъзи адабиётларда «бирнинг конституэнти» атамаси ишлатилади).

Масалан,

$$F_1 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4,$$

$$F_2 = x_1 x_3 x_4,$$

Термининг даражаси r термга кирувчи ўзгарувчилар сони билан аниқланади.

Масалан,

$$F_1 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5, \text{ минтерм учун } r=5,$$

$$\Phi_1 = \bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3, \text{ макстерм учун } r=3,$$

Юқорида келтирилганларга асосланиб, қуйидаги теоремани таърифлаш мумкин:

Теорема. Жадвал кўринишида берилган ихтиёрий МАФ қуйидаги кўринишда аналитик ифодаланиши мумкин:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = F_1 \vee F_2 \vee \dots \vee F_n = F_i \quad (8)$$

бу ерда i -функция 1 га тенг бўлган тўпламларнинг тартиб рақами; - 1 га тенг бўлган барча F_i термларни бирлаштирувчи дизъюнкция белгиси. Ҳақиқатан, қандайдир тўпламда функция $f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 1$ бўлса, $x \vee 1 = 1$ бўлганлиги сабабли (8) ифоданинг ўнг тарафида 1 га тенг бўлган элемент доимо топилади; агар i -тўпламда функция $f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$ бўлса, (3.8) ифоданинг ўнг тарафида битта ҳам 1 га тенг бўлган элемент топилмайди, чунки $0 \vee 0 \vee \dots \vee 0 = 0$.

Шундай қилиб, $f_i = 1$ бўлгандаги ҳар бир i -тўпламга $F_i = 1$ бўлган элемент тўғри келади, $f_i = 0$ бўлгандаги тўпламларга эса битта ҳам $F_i = 1$ бўлган элемент тўғри келмайди. Шу сабабли, ҳақиқийлик жадвали (3.8) кўринишидаги аналитик ёзув орқали бир қийматли акслантирилади. (3.8) ифодани **термларнинг бирлаштирилиши** деб юритилади.

ДНШ ва КНШ

Ўзгарувчан даражали минтермларни ўз ичига олувчи термлар бирлашмаси **дизъюнктив нормал шакл** (ДНШ) деб аталади.

Теорема. Жадвал кўринишида берилган ихтиёрий МАФ қуйидаги кўринишида аналитик ифодаланиши мумкин:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \Phi_1 \wedge \Phi_2 \wedge \dots \wedge \Phi_k, \quad (9)$$

бу ерда k - $f \neq 0$ бўлгандаги иккили тўпламлар сони.

Ўзгарувчан даражали макстермларни ўз ичига олувчи термлар бирлашмаси **конъюнктив нормал шакл** (КНШ) деб юритилади.

(9) теоремадан қуйидаги хулоса келиб чиқади: жадвал кўринишида берилган ихтиёрий МАФ қуйидаги аналитик шаклда ифодаланиши мумкин:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \Phi_1 \equiv \Phi_2 \equiv \dots \equiv \Phi_k,$$

бу ерда k - функциянинг нуллик қийматлари сони.

Минтермлар (макстермлар) асосида МАФ ларнинг каноник дизъюнктив (конъюнктив) шакллари тузилади.

ДНШ (КНШ) каноник дейилади, агар уларнинг барча элементар конъюнкциялари (дизъюнкциялари) минтермлар (макстермлар) бўлса. Ҳар қандай МАФ фақат битта дизъюнктив каноник шаклга (ДКШ) ва фақат битта конъюнктив каноник шаклга (ККШ) эга бўлади. Каноник шакллар **мукаммал каноник шакллар** деб ҳам аталади.

МАФ нинг мукаммал дизъюнктив нормал шакли (МДНШ) ва мукаммал конъюнктив нормал шакли (МКНШ) мос ҳақиқийлик жадваллар ёрдамида тузилиши мумкин.

МДНШ - МАФ нинг қиймати 1 га тенг бўлган тўпламларга мос келувчи минтермлар дизъюнкциясидир.

Масалан, 10 - жадвалда келтирилган функцияга қуйидаги МДНШ мос келади:

$$f = \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3$$

МКНШ ҳақиқийлик жадвали ёрдамида қуйидагича аниқланади. Функциянинг қиймати 0 га тенг бўлган тўпламларнинг ҳар бири учун макстерм аниқланади. Бунда тўпламдаги 0 қийматли ўзгарувчига ўзгарувчининг ўзи мос келса, 1 қийматли ўзгарувчига ўзгарувчининг инкори мос келади.

Масалан, 10-жадвалдаги функцияга қуйидаги МКНШ тўғри келади:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)$$

Демак, мукаммал нормал шаклнинг нормал шаклдан фарқи, ундаги термлар фақат максимал даражага эга бўлиши ва функцияни бир қийматли ифодалашга имкон беришидир.

Ихтиёрий дизъюнктив нормал шаклга ўтиш қуйидагича амалга оширилади:

айтайлик, $f_{\text{ДНШ}} = F_1$ бўлсин. Унда

$$f_{\text{ДНШ}} = F_1 x_1 \vee F_1 \bar{x}_i, \quad (10)$$

бу ерда x_i - берилган F_1 термга кирмайдиган ўзгарувчи.

Мисол. Қуйидаги ДНШ да берилган мантикий функцияни МДНШ га ўтказиш лозим:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4$$

$$F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4$$

Ечиш. (10) ўзгартиришни навбат билан барча термларга қўллаймиз

$$F_1 = x_1 \bar{x}_2 (x_3 \vee \bar{x}_3) = x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3.$$

Олинган ифодадаги иккала ҳадни $(x_4 \vee \bar{x}_4)$ га кўпайтирамиз. Натижада қуйидагини оламиз:

$$F_1 = (x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3) (x_4 \vee \bar{x}_4) = x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4.$$

Худди шундай

$$F_2 = x_2 \bar{x}_3 x_4 (x_1 \vee \bar{x}_1) = x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4;$$

$$F_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_3 x_4 (x_2 \vee \bar{x}_2) = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4.$$

Соддалаштиришдан сўнг қуйидагини оламиз:

$$f_{\text{МДНШ}}(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee$$

$$\vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4.$$

Агар функциянинг максимал даражаси r га, j -нчи термнинг минимал даражаси k га тенг бўлса (10) ўзгартиришни $r-k$ марта қўллаш зарур.

Ихтиёрий конъюнктив нормал шаклдан мукаммал конъюнктив нормал шаклга ўтиш қуйидагича амалга оширилади.

Айтайлик, $f_{\text{КНШ}} = \Phi_1$. Унда

$$f_{\text{КНШ}} = \Phi_1 \vee x_i \bar{x}_i = (\Phi_1 \vee x_i) (\Phi_1 \vee \bar{x}_i) \quad (11)$$

Мисол. Қуйидаги КНШ да берилган мантикий функцияни МКНШ га ўтказиш лозим.

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) (x_2 \vee \bar{x}_3) (x_1 \vee x_2 \vee x_3).$$

Ечиш. (3.11) ўзгартиришни навбат билан Φ_1 ва Φ_2 термларга қўллаймиз.

$$\Phi_1 = (x_1 \vee x_2) \vee x_3 \bar{x}_3 = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3);$$

$$\Phi_2 = (x_2 \vee \bar{x}_3) \vee x_1 \bar{x}_1 = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3).$$

Соддалаштиришдан сўнг қуйидагини оламиз:

$$f_{\text{МДНШ}}(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3).$$

Нормал шаклларда ифодалашда элементар функцияларнинг чегараланган сонидан фойдаланилади. Масалан, МДНШ учун элементар функциялар сифатида «конъюнкция», «дизъюнкция» ва «инкор» ишлатилади. Демак, ихтиёрий мураккабликка эга бўлган мантикий функцияларни аналитик ифодаловчи мантиқ алгебраси функциялари системаси мавжуд. Рақамли автоматларни лойиҳалаш худди шундай функциялар системасига асосланади.

Таъриф. Мантиқ алгебраси функцияларининг функционал тўлиқ системаси – **базис** деб шундай мантикий функциялар мажмуасига айтиладики, бу мажмуа ёрдамида ихтиёрий мантикий функцияни ифода кўринишида ёзиш имкони бўлсин.

Базисга қуйидаги функциялар системаси киради: ВА, ЁКИ, ЭМАС (1-базис); ВА, ЭМАС (2-базис); ЁКИ, ЭМАС (3-базис); Шеффер штрихи (4-базис); Пирс стрелкаси (5-базис). Базислар ортиқчалик (1-базис) ва минимал (4, 5-базислар) бўлиши мумкин.

1-базис ортиқчалик система ҳисобланади, чунки ундан бирор-бир функцияни чиқариб ташлаш мумкин. Масалан, де Морган қонунидан фойдаланиб ВА функциясини ЁКИ ва ЭМАС функциялари ёки ЁКИ функциясини ВА ва ЭМАС функциялари билан алмаштириш мумкин.

Агар ифодалашнинг турли шакллари минималлик нуқтаи назаридан таққосланса, равшанки, нормал шакллар мукамал нормал шаклларга қараганда тежамли ҳисобланади. Аммо, нормал шакллар бир қийматли акслантиришни бермайди.

2.3.2. МАФ ларнинг сонли ифодаланиши.

Мантиқ алгебраси функцияларининг ёзилишини соддалаштириш мақсадида термларни тўлиқ санаб ўтиш ўрнига функция 1 қийматини (МДНШ учун) ёки 0 қийматини (МКНШ учун) қабул қилувчи тўпламлар тартиб рақамидан

фойдаланилади. Масалан, 10-жадвалда келтирилган функция қуйидаги кўринишда ёзилиши мумкин:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 3 \vee 5 \vee 6 \vee 7 = \vee(3, 5, 6, 7)$$

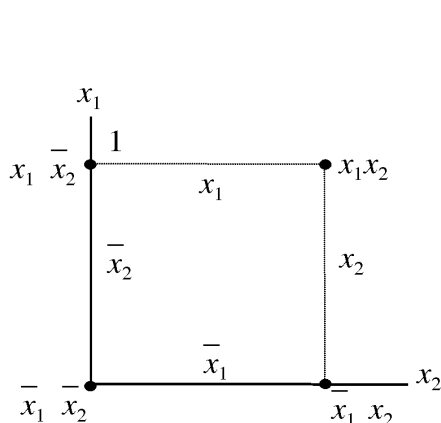
яъни функция фақат 3, 5, 6, 7-тўпламларда бирлик қийматига эга. Ёки

$$f(x_1, x_2, x_3) = 0 \wedge 1 \wedge 2 \wedge 4 = \wedge(0, 1, 2, 4)$$

яъни, функция фақат 0, 1, 2, 4-тўпламларда ноллик қийматига эга.

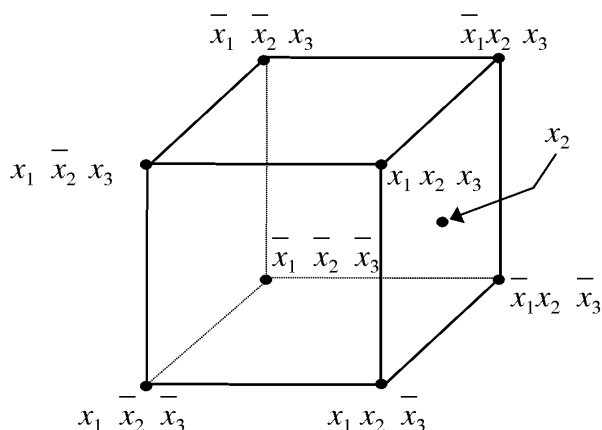
2.3.3. МАФ ларнинг геометрик ифодаланиши.

Мантикий функциялар устида бажариладиган кўпгина ўзгартиришларни, уларнинг геометрик кўринишидан фойдаланиб изоҳлаш қулай ҳисобланади. Масалан, икки ўзгарувчили функцияни x_1, x_2 координаталар системасида берилган қандайдир текислик каби изоҳлаш мумкин (1-расм). Ҳар бир ўқ бўйича x_1 ва x_2 нинг бирлик кесмаларини белгиласак, учлари ўзгарувчилар комбинацияларига мос келувчи квадрат ҳосил бўлади.



3.1-расм. Икки ўзгарувчили функциянинг геометрик ифодаси

1-расм.



3.2-расм. Уч ўзгарувчили функциянинг геометрик ифодаси

2-расм

Икки аргументли функциянинг бундай кўринишидан хулоса қилиш мумкинки, ягона қиррага тааллуқли қўшнилар деб аталувчи иккита уч шу қирра бўйлаб ўзгарувчи ўзгарувчилар бўйича бириктирилади. Демак, учта ўзгарувчи функцияси учун минтермларни **бириктириш қондасини** қуйидагича ёзиш мумкин:

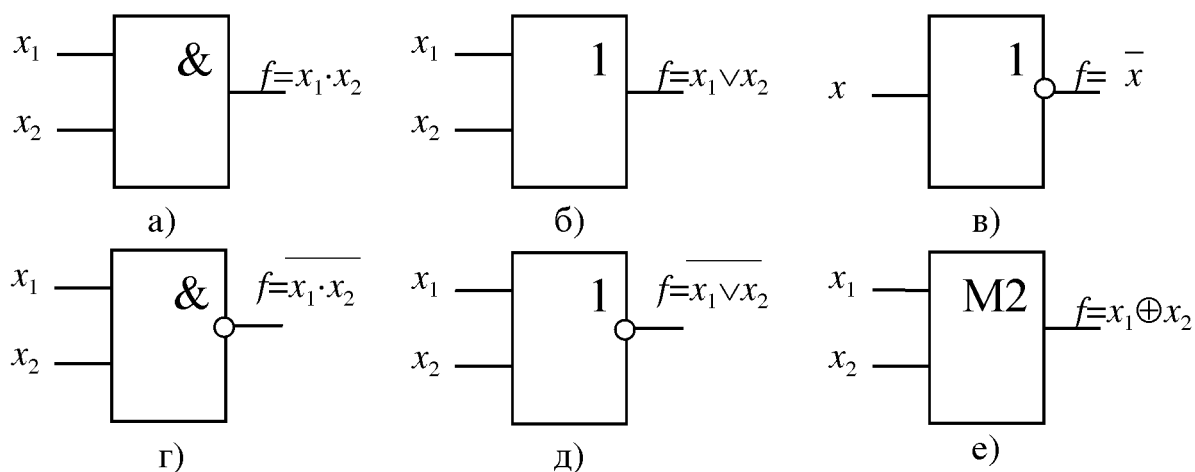
$$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 = x_1 \bar{x}_2.$$

Учта ўзгарувчили функцияларнинг геометрик ифодаси куб кўринишида бўлади (2-расм). Куб қирралари учларни сингдиради. Куб ёнлари ўз қирраларини, демак, учларини сингдиради.

Геометрик нуқтаи назаридан ҳар бир $x_1 x_2 x_3 \dots x_n$ тўплами n -ўлчовли фазодаги нуқтани аниқловчи n -ўлчамли вектор сифатида кўриши мумкин. Шу сабабли, n ўлчамли функция аниқланган барча тўпламлар тўплами n -ўлчамли кубнинг учлари кўринишида ифодаланади. Куб учларининг координаталари функция ёзувидаги ўзгарувчилар келтирилган тартибга мос тартибда кўрсатилиши шарт. Функция бирлик қийматини қабул қилувчи учларни нуқталар билан белгилаб МНФ нинг геометрик ифодаси ҳосил қилинади.

2.3.4. МАФ ларнинг мантикий схемалар ёрдамида ифодаланиши.

Аргументлар устида бажариладиган мантикий амалларни комбинацион схемалар деб аталувчи мантикий схемалар ёрдамида ифодалаш мумкин. 3-расмда асосий мантикий амалларни ифодаловчи мантикий элементлар системаси келтирилган.

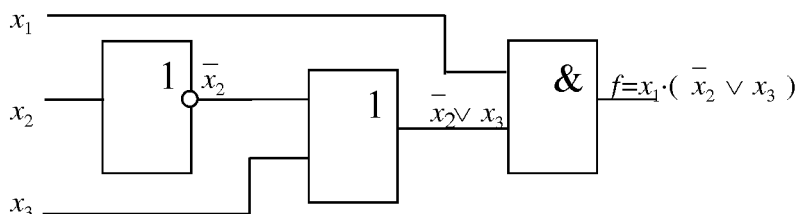


3-расм. Мантикий элементлар системаси.

- а) «ХАМ» элементи, конъюнктор; б) «ЁКИ» элементи, дизъюнктор;
 в) «ЭМАС» элементи, инвертор; г) Шеффер элементи;
 д) Пирс элементи; е) 2 нинг модули бўйича қўшиш элементи.

Ушбу мантикий схемалар ёрдамида ихтиёрий мураккаб МАФ ни ифодаловчи комбинацион схемани тузиш мумкин.

Мисол. $f = x_1 \cdot (\bar{x}_2 \vee x_3)$ функция учун комбинацион схема 3.4-расмда келтирилган.



4-расм. $f = x_1 \cdot (\bar{x}_2 \vee x_3)$ функциянинг комбинацион схемаси.

2.4. Мантикий алгебра функцияларини минималлаштириш.

2.4.1. Минималлаштириш масаласи ва усуллари

Бирор мантикий алгебра функциясини амалга оширувчи мантикий схемани куришдан аввал бу функцияни минималлаштиришга уриниб кўриш лозим. Кўпинча ДНШда берилган мантикий функциялар минималлаштирилади. Асосий мақсад - **минимал ДНШни** олишдир. Мантикий алгебра функциясининг минимал ДНШда барча дизъюнктив ҳадлардаги ўзгарувчилар ва уларнинг инкорлари сонларининг йиғиндиси бу функциянинг барча эквивалентидагига нисбатан кам бўлади.

Минималлаштириш, яъни берилган мантикий функция учун энг содда ифодани топиш, турли усуллар бўйича амалга оширилади. Қуйида баъзилари билан танишиб чиқамиз.

Квайн усули. Ушбу усул минималлаштирилувчи мантикий функциянинг МДНШда берилишига асосланади. Минималлаштириш иккита босқичда амалга оширилади.

Биринчи босқичда МДНШдан қисқартирилган ДНШга ўтилади. Бунда дастлабки мантикий функциянинг барча конъюнкциялари жуфтлари ўзаро

таққосланади. Агар Ax ва $A\bar{x}$ каби конъюнкциялар учраса, улар орасида бириктириш амалга оширилади:

$$Ax \vee A\bar{x} = Ax \vee A\bar{x} \vee A$$

Натижада $A(n-1)$ даражали конъюнкция олинади. Ax ва $A\bar{x}$ конъюнкциялари эса дастлабки ифодада қолиб, МДНШнинг бошқа ҳадлари билан таққосланади. Дастлабки МДНШнинг бириктириш бажарилган n -даражали конъюнкциялари белгиланади. Натижада $(n-1)$ даражали элементар конъюнкциялар гуруҳи ва n даражали белгиланмаган конъюнкциялар ҳосил бўлади. Белгиланмаган конъюнкциялар оддий импликантлар ҳисобланиб, кейинчалик қисқартирилган ДНШга қўшилади. Сўнгра тавсифланган муолажа олинган $(n-1)$ даражали элементар конъюнкциялар гуруҳига қўлланилади, натижада $(n-r)$ даражали элементар конъюнкциялар гуруҳи ва $(n-1)$ даражали белгиланмаган конъюнкциялар (оддий импликантлар) олинади ва ҳ. Босқич янгидан олинган r -даражали ($1 \leq r \leq n$) элементар конъюнкциялар бир-бири билан бирикмай қолгандагина, яъни r -даражали оддий импликантага айлангандагина тугайди. Биринчи босқич бажарилиши натижасида барча оддий импликантларни ўз ичига олувчи ДНШнинг қисқартирилган ёзуви олинади.

Мисол. Қуйидаги мантикий функциянинг қисқартирилган ДНШи олиниши талаб қилинсин:

$$f = \overline{x_1}x_2x_3x_4 \vee \overline{x_1}\overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2\overline{x_3}x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_2x_3x_4 \vee x_1\overline{x_2}\overline{x_3}x_4 \vee x_1\overline{x_2}x_3\overline{x_4} \vee x_1\overline{x_2}x_3x_4 \vee x_1x_2\overline{x_3}\overline{x_4} \vee x_1x_2\overline{x_3}x_4 \vee x_1x_2x_3\overline{x_4} \vee x_1x_2x_3x_4 \quad (12)$$

Ечиш. Бириктириш амали 1-4, 1-6, 2-3, 2-7, 3-4, 3-8, 5-6, 5-8, 7-8 конъюнкциялари орасида амалга оширилади. Дастлабки МДНШнинг барча конъюнкциялари бириктиришда қатнашади ва (12) дагидек тагига чизилади. Натижада дастлабки (12) мантикий функция қуйидагича ёзилиши мумкин:

$$f = \overline{x_1}x_3x_4 \vee \overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2\overline{x_3} \vee \overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_4 \vee \overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_4 \vee \overline{x_1}x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3$$

Олинган ифодада 3-9 ва 4-6 конъюнкциялар жуфтларини тагига чизиб, улар орасида бириктириш амалини бажарамиз. Натижада дастлабки (12) мантикий функциянинг қисқартирилган ДНШ олинади:

$$f = \overline{x_1}x_3x_4 \vee \overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_4 \vee \overline{x_1}x_3x_4 \vee \overline{x_2}x_3.$$

2.4.2. . Минималлаштиришни бевосита ўзгартириш усули

Минималлаштиришнинг иккинчи босқичида қисқартирилган ДНШдан тупик ДНШга ўтилади ва уларнинг ичидан минимал ДНШ танлаб олинади. **Тупик ДНШ** қисқартирилган ДНШдан ортиқча оддий импликантларини аниқлаб чиқариб ташлаш йўли билан олинади. **Ортиқча оддий импликантлар** деганда мантикий функция қийматининг ўзгаришига олиб келмайдиган қисқартирилган ДНШнинг чиқариб ташланган ҳадлари тушунилади.

Тупик ДНШни олиш учун **импликант жадвали (матрицаси)** тузилади. Жадвалнинг қаторлари қисқартирилган ДНШнинг оддий импликантлари билан белгиланса, устунлари дастлабки мантикий функция МДНШнинг минтермлари билан белгиланади. Қаторда ҳар бир оддий импликанта қаршисига у 1 қийматини қабул қилувчи наборлар таги × белгиси билан белгиланади; мос минтермлар ушбу оддий импликанта билан сингдирилади (қопланади).

Оддий импликантларнинг умумий сонидан импликантлари мантикий функциянинг бирлик қийматларини қопловчи қисмини ажратиб олиш зарур; қолган импликантлар ортиқча ҳисобланади.

Тупик шаклларни шакллантириш ва минимал қопланишни танлаш мантикий функциянинг бирлик қийматларини қопловчи мажбурий оддий импликантларни аниқлашдан бошланади.

11-жадвал (2.9)нинг имликанта жадвали ҳисобланади.

11-жадвал.

Оддий импликантлар	Минтермлар							
	$\overline{x_1}x_2x_3x_4$	$\overline{x_1}x_2x_3x_4$	$\overline{x_1}x_2x_3x_4$	$\overline{x_1}x_2x_3x_4$	$\overline{x_1}x_2x_3x_4$	$\overline{x_1}x_2x_3x_4$	$\overline{x_1}x_2x_3x_4$	$\overline{x_1}x_2x_3x_4$
$\overline{x_1}x_3x_4$	×			×				
$x_2x_3x_4$	×					×		
$\overline{x_1}x_2x_4$			×	×				
$x_1x_2x_4$					×	×		
$x_1x_3x_4$					×			×
x_2x_3		×	×				×	×

11-жадвалдан кўриниб турибдики, 6-оддий импликанта мажбурий ҳисобланади, чунки фақат у 2 ва 7-тўпламларда мантикий функциянинг бирлик қийматини қоплайди (бу тўпламларга мос устунларда фақат биттадан × белгиси бор). Аммо 6-импликанта 3 ва 8-тўпламга мос келувчи мантикий функциянинг бирлик қийматини ҳам қоплайди. Шундай қилиб, 1-5 оддий импликантлар қопланмаган 1, 4-6 тўпламлардаги мантикий функция қийматини қоплаши керак бўлади. Бу тўртта тўпламларни 1-5 импликантларнинг турли бирикмалари ёрдамида қоплаш мумкин, яъни бир талай тупик шакллар шаклланиб, уларнинг ичидан минимал ДНШ танлаб олинади.

Кўрилатган мисол учун импликанта жадвали бўйича қуйидаги минимал ДНШни аниқлаш қийин эмас.

$$f_{\min} = x_2\overline{x_3} \vee \overline{x_1}x_3x_4 \vee x_1\overline{x_2}x_4.$$

Бошқа тупик шакллар учдан ортиқ оддий импликантларга эга ва, демак, минимал бўлмайди.

Квайн усулининг камчилиги сифатида r -даражали ($1 \leq r \leq n$) конъюнкциялар жуфтларини бир-бири билан тўла таққослаш заруриятини кўрсатиш мумкин.

Бу эса, ўз навбатида, дастлабки МДНШдаги конъюнкцияларнинг катта сонида усулнинг қўлланишига қийинчиликлар туғдиради.

2.4.3. Квайн ва Вейч-Карно жадвалли минималлаштириш усуллари

Квайн-Мак-Класки усули. Ушбу усул таққосланувчи конъюнкциялар жуфтлари сонини айтарлича камайтириш имконини беради. Бунинг учун барча элементар конъюнкциялар таққослашдан аввал гуруҳларга ажратилади. Ҳар бир гуруҳга инкорсиз ўзгарувчиларнинг сони бир хил бўлган конъюнкциялар киритилади: i -гуруҳга ($i=0,1, \dots, n$) инкорсиз i та ўзгарувчига эга бўлган конъюнкциялар киритилади. Масалан, $n=4$ да биринчи гуруҳга ($i=1$)

$$\overline{x_1}x_2x_3x_4, \overline{x_1}x_2\overline{x_3}x_4, \overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4}, \overline{x_1}x_2\overline{x_3}\overline{x_4},$$

кўринишдаги конъюнкциялар, иккинчи гуруҳга ($i=2$)

$$\overline{x_1}\overline{x_2}x_3x_4, \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_3}x_4, \overline{x_1}\overline{x_2}x_3\overline{x_4}, \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_3}\overline{x_4}, x_1\overline{x_2}x_3x_4, x_1\overline{x_2}\overline{x_3}x_4, x_1\overline{x_2}x_3\overline{x_4}, x_1\overline{x_2}\overline{x_3}\overline{x_4}$$

кўринишдаги конъюнкциялар киритилади ва ҳ. Жуфтликларни таққослаш фақат тартиб рақами бўйича қўшни бўлган гуруҳлар орасида амалга оширилиши мумкин, чунки бирикувчи конъюнкциялар фақат қўшни гуруҳларда бўлиши мумкин. Минималлаштиришнинг Мак-Класки усулининг қолган муолажалари минималлаштиришнинг Квайн усулидагидек амалга оширилади.

Вейч-Карно диаграммалари. Вейч-Карно диаграммалари тўрт-олти ўзгарувчили мантиқий функцияларни минималлаштиришда жуда қулай ҳисобланади.

Иккита ўзгарувчи учун тузилган Вейч диаграммаси 3.5-расмда келтирилган. Диаграмма катаклари сони ўзгарувчиларнинг мумкин бўлган тўпламлари сони орқали аниқланади. Демак, иккита ўзгарувчи учун тузилган

Вейч диаграммаси тўртта катакдан иборат. Тўпламлар диаграмма катакларида шундай жойлашганки, иккита қўшни устун ёки қатордаги тўпламлар битта ўзгарувчининг қиймати билан фарқланадилар: бу ўзгарувчи битта тўпламда инкорли, иккинчисида - инкорсиз. 6-расмда учта ўзгарувчи

учун тузилган Вейч диаграммаси келтирилган бўлиб, у $2^3=8$ та тўпламга эга. Ўзгарувчилар диаграмма катакларида шундай жойлаштириладики, иккита қўшни катаклардаги тўпламлар бу конъюнкциялар бирикиши мумкин бўлган ўзгарувчидан бошқа барча ўзгарувчилардан ташкил топган умумий қисмга эга бўлсин. Бундай тўпламлар қўшни (устун ёки қатор бўйича) катакларда жойлашиши сабабли **қўшни тўпламлар** деб аталади.

	x_2	$\overline{x_2}$		$x_2 x_3$	$x_2 \overline{x_3}$	$\overline{x_2} x_3$	$\overline{x_2} \overline{x_3}$
x_1	$x_1 x_2$	$x_1 \overline{x_2}$	x_1	$x_1 x_2 x_3$	$x_1 x_2 \overline{x_3}$	$x_1 \overline{x_2} x_3$	$x_1 \overline{x_2} \overline{x_3}$
$\overline{x_1}$	$\overline{x_1} x_2$	$\overline{x_1} \overline{x_2}$	$\overline{x_1}$	$\overline{x_1} x_2 x_3$	$\overline{x_1} x_2 \overline{x_3}$	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3$	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3}$

5-расм. Икки ўзгарувчили функциянинг Вейч диаграммаси.

6-расм. Уч ўзгарувчили функциянинг Вейч диаграммаси.

Тўртта ўзгарувчи учун тузилган Вейч диаграммаси 7-расмда келтирилган.

	$x_3 x_4$	$\overline{x_3} x_4$	$\overline{x_3} \overline{x_4}$	$\overline{x_3} x_4$
$x_1 x_2$	$x_1 x_2 x_3 x_4$	$x_1 x_2 \overline{x_3} x_4$	$x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4}$	$x_1 x_2 \overline{x_3} x_4$
$\overline{x_1} x_2$	$\overline{x_1} x_2 x_3 x_4$	$\overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4$	$\overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4}$	$\overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4$
$x_1 \overline{x_2}$	$x_1 \overline{x_2} x_3 x_4$	$x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4$	$x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}$	$x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4$
$\overline{x_1} \overline{x_2}$	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4$	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4$	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}$	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4$

7-расм. Тўрт ўзгарувчили функциянинг Вейч диаграммаси.

Вейч диаграммаси ёрдамида мантикий функцияни минималлаштириш куйидаги кетма-кетликда амалга оширилади. Минималлаштирилувчи мантикий функция МДНШга келтирилади. Сўнгра n ўзгарувчи (мантикий функциядаги ўзгарувчи сони бўйича) учун Вейч диаграммаси катаклари тўлдирилади. Минималлаштирилувчи функция тўлдирилувчи катакларга мос

келувчи аргументлар тўпламида 1 га айланса катакка бир, нолга айланса катакка нол ёзилади (бундай катак кўпинча бўш қолдирилади). Катаклар тўлдирилгандан сўнг бир ёзилган катакларни қамраб олувчи тўғри бурчакли контурлар чизилади. Контурларни чизиш қуйидаги қоида бўйича амалга оширилиши лозим:

- 1) контур тўғри бурчакли (ёки квадратли) бўлиши шарт;
- 2) контур ичида фақат бир ёзилган катаклар бўлиши шарт;
- 3) бир ёзилган катаклар сони иккиннинг бутун даражасига қаррали бўлиши шарт (яъни 1, 2, 4, 8 ва х.);
- 4) контур чизилганда диаграмманинг энг паст ва энг юқоридаги қаторлари ҳамда энг чапдаги ва энг ўнгдаги устунлари қўшни ҳисобланади;
- 5) ҳар бир контур кўпроқ бирли катакларни қамраб олиши, контурларнинг умумий сони эса кичик бўлиши шарт;
- 6) диаграммадаги барча бирлар контурлар билан қамраб олиниши шарт.

Сўнгра ҳар бири ўзининг контурини тавсифловчи оддий импlicantsлар дизъюнкцияси кўринишидаги мантикий функциянинг минимал шакли ёзилади (импlicantsларнинг умумий сони контурлар сонига тенг). Контурдаги бирлар сонининг ошиши билан уни тавсифловчи оддий импlicantsа қисқаради ва мантикий функциянинг кўпроқ birlik қийматларини қамраб олади.

Мисол. $f = \overline{x_1 x_2} \vee \overline{x_1 x_2} \vee \overline{x_1 x_2}$ функцияни минималлаштириш талаб этилсин.

Ечиш. Мантикий функцияни МДНШга келтирамиз.

$$\begin{aligned} f &= \overline{x_1 x_2} + \overline{x_1 x_2} \vee \overline{x_1 x_2} = \overline{x_1 x_2} \overline{x_1 x_2} + \overline{x_1 x_2} = \\ &= (\overline{x_1} \vee \overline{x_2})(x_1 + x_2) \vee \overline{x_1 x_2} = \overline{x_1 x_2} \vee x_1 \overline{x_2} \vee \overline{x_1} x_2 \end{aligned} \quad (13)$$

(13) ифода бўйича иккита ўзгарувчи учун Вейч диаграммасини тузамиз.

(13) мантикий функция $\overline{x_1 x_2}$, $x_1 \overline{x_2}$ ва $\overline{x_1} x_2$ тўпламларда бирга тенг бўлганлиги сабабли, бу конъюнкцияларга мос келувчи катакларга 1 ёзамиз (8-расм). Сўнгра бирли катакларни қамраб олувчи иккита контурни чизамиз.

	x_2	$\overline{x_2}$
x_1		1
$\overline{x_1}$	1	1

8-расм. Икки ўзгарувчили функцияни Вейч диаграммаси бўйича минималлаштириш.

Контурни тавсифловчи оддий импликантани топиши учун бу контурнинг қайси ўзгарувчиларга боғлиқ эмаслигини аниқлаш лозим. Масалан, 8-расмдаги вертикал контур x_1 ва $\overline{x_1}$ қаторларни қамраб олади, демак, бу контурни тавсифловчи оддий импликантга x_1 ўзгарувчи кирмайди. Худди шундай, мулоҳаза юритиб, горизонтал контурни тавсифловчи оддий импликантга x_2 ўзгарувчининг кирмаслигини аниқлаймиз. Демак, дастлабки мантикий функция f қуйидаги минимал шаклни олади:

$$f_{\min} = \overline{x_1} \vee \overline{x_2}.$$

Мисол.

$f = \overline{(x_1 \vee x_2 \vee x_3)}(\overline{x_1 \vee x_2 \vee x_3}) \vee \overline{x_1 x_2 x_3} \vee \overline{x_2 x_3}$ функцияни минималлаштириш талаб этилсин.

Ечиш. Аввал f функцияни ДНШга келтирамиз:

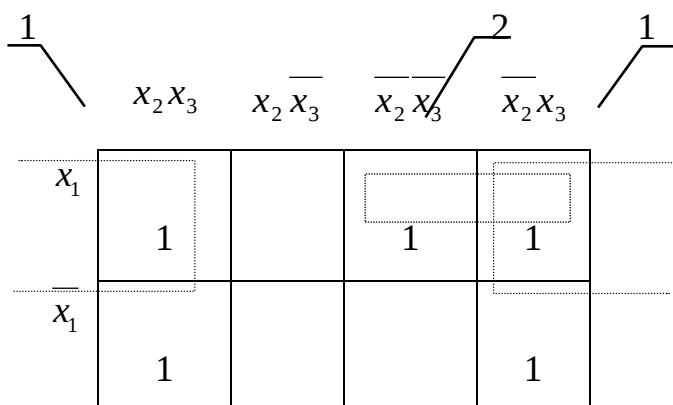
$$\begin{aligned} f &= \overline{x_1 \vee x_2 \vee x_3} \vee \overline{x_1 \vee x_2 \vee x_3} \vee \overline{x_1 x_2 x_3} \vee \overline{x_2 x_3} = \\ &= x_1 x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \vee \overline{x_2} x_3. \end{aligned}$$

$\overline{x_2} x_3$ конъюнкцияни ҳақиқий ифода $\overline{x_1} \vee x_1$ га кўпайтириб f функцияни МДНШга келтирамиз.

$$\begin{aligned} f &= x_1 x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \vee \overline{x_2} x_3 (x_1 \vee \overline{x_1}) = \\ &= x_1 x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3. \end{aligned} \quad (14)$$

МДНШ (3.14) бўйича учта ўзгарувчи учун Вейч диаграммасини тузамиз ва унда иккита контур чизамиз (биринчи ва тўртинчи устунлар қўшни деб

ҳисоблаймиз) (9-расм). 1-контур тўртта катакни қамраб олса, 2 контур иккита катакни қамраб олади.



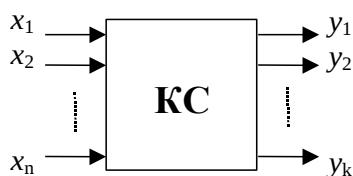
9-расм. Уч ўзгарувчили функцияни Вейч диаграммаси бўйича минималлаштириш.

Дастлабки мантиқий функциянинг минималлашган шакли қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$f_{\min} = x_3 \vee x_1 \overline{x_2}.$$

2.4.4. Комбинацион схемаларнинг асосий хусусиятлари.

Мантиқий функцияни ёки мантиқий функциялар мажмуасини амалга оширувчи мантиқий элементлардан ташкил топган схема **комбинацион схема** (КС) деб аталади. Умумий ҳолда КСни -расмда келтирилган схема орқали тасвирлаш мумкин.



10-расм. Комбинацион схеманинг шартли тасвирланиши.

$x_1, x_2, \dots, x_n$ - КСнинг кириш йўллари;

$y_1, y_2, \dots, y_k$ - КСнинг чиқиш йўллари.

Комбинацион схеманинг қуйидаги асосий хусусиятларини кўрсатиш мумкин:

- фақат мантиқий элементлардан ташкил топади;
- хотирлаш қобилиятига эга эмас;
- тескари боғланиш занжирининг бўлмаслиги;
- чиқиш йўлининг битта ва ундан ортиқ бўлишлиги.

КС чуқурлиги (сатҳлари сони) тушунчаси кенг ишлатилади ва у сигналнинг КС кириш йўлидан то чиқиш йўлигача бўлган ҳаракати йўлидаги мантиқий элементлар сони билан аниқланади. КСнинг чуқурлиги унинг тезкорлигига катта таъсир этади, чунки ҳар бир мантиқий элемент сигнал тарқалишининг ички кечикиши хусусиятига эга. КС қуришда ишлатиладиган элементлар бир қатор техник параметрлари орқали характерланади. Уларнинг ичидан кириш йўли бўйича бирлаштириш коэффиценти, чиқиш йўли бўйича тармоқланиш коэффиценти ва мантиқий элементдаги сигналнинг кечикиши параметрлари муҳим ҳисобланади.

Мантиқий элементнинг кириш йўли бўйича бирлаштириш коэффиценти шу кириш йўлига уланиши мумкин бўлган мантиқий элементлар сони орқали аниқланади.

Мантиқий элементнинг чиқиш йўли бўйича тармоқланиш коэффиценти шу чиқиш йўлига уланиши мумкин бўлган мантиқий элементлар сони орқали аниқланади.

КСнинг бирор-бир мантиқий элементи чиқиш йўли бўйича ортиқча юкланган бўлса, КС структурасида эквивалент ўзгартиришлар ўтказиш орқали юкланишнинг камайишига эришилади.

Мантиқий элементдаги сигналнинг кечикиши мантиқий элементнинг кириш йўли ва чиқиш йўлида сигналлар ўрнатилиши онлари орасидаги вақт оралиғи орқали характерланади. КС бўйича сигналнинг тарқалиши, бу сигнал ўтувчи мантиқий элементлардаги сигналнинг кечикишига боғлиқ ҳолда, КСнинг тезкорлигини характерлайди. КСда сигналнинг турли йўллар орқали

тарқалиши турли кечикишларга олиб келиши ва натижада, КСнинг беқарор ишлашига сабаб бўлиши мумкин.

КСни синтезлаш масаласи мураккаб масала ҳисобланиб, унда берилган мантикий функцияни амалга оширувчи КСни кўрсатилган базисда лойиҳалаш талаб этилади. КСни синтезлашнинг анъанавий усули қуйидаги босқичларни ўз ичига олади:

- берилган мантикий функциянинг МДНШ ёки МКНШ ҳосил қилинади;
- ҳосил қилинган функциянинг мукамал нормал шакли мантикий функцияларни минималлаштиришнинг ихтиёрий бир усули ёрдамида минималлаштирилади;
- олинган минимал функция кўрсатилган базисда ифодаланади, яъни оператор кўринишига келтирилади;
- функциянинг оператор кўринишидан схемага ўтилади.

Мисол. 10-жадвал шаклида берилган мантикий функцияни амалга оширувчи КСни ВА-ЭМАС базисда синтезлаш талаб этилсин.

Ечиш. Биринчи босқичда жадвал бўйича мантикий функциянинг МДНШ тузилади:

$$f_{\text{МДНШ}} = \overline{x_1}x_2x_3 \vee x_1\overline{x_2}x_3 \vee x_1x_2\overline{x_3} \vee x_1x_2x_3.$$

Иккинчи босқичда ҳосил қилинган МДНШ Вейч диаграммаси ёрдамида минималлаштирилади (11-расм).

	$\overline{x_1}\overline{x_2}$	$\overline{x_1}x_2$	x_1x_2	$x_1\overline{x_2}$
$\overline{x_3}$			1	
x_3		1	1	1

11-расм. Функцияни Вейч диаграммаси бўйича минималлаштириш.

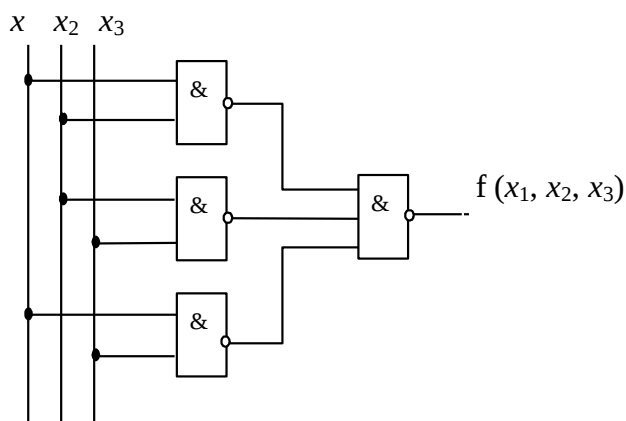
Минималлаштириш натижасида $f_{\text{мин}} = x_1x_2 \vee x_2x_3 \vee x_1x_3$ олинади.

Учинчи босқичда функциянинг минимал шакли ВА-ЭМАС базисда ифодаланади:

$$f_{\min} = x_1x_2 \vee x_2x_3 \vee x_1x_3 = \overline{(x_1x_2)} \cdot \overline{(x_2x_3)} \cdot \overline{(x_1x_3)}.$$

Тўртинчи босқичда функциянинг базис кўринишидан схема кўринишига ўтилади (12-расм).

Амалда КСни синтезлаш масаласи билан бир қаторда анализ масаласи ҳам кенг қўлланилади. КСнинг анализи синтезлаш масаласига тескари бўлиб, унда дастлабки маълумот сифатида КС берилади ва унинг ишлаш қонуниятини, яъни мантикий функцияни аниқлаш талаб этилади. Таъкидлаш лозимки, КСнинг анализи мантикий функцияни аниқлабгина қолмай, балки КСни соддалаштиришга, яъни унинг ишига таъсир этмайдиган ортиқча элементларни чиқариб ташлаш имконини беради.



12-расм. Функциянинг ВА-ЭМАС базисдаги комбинацион схемаси.

Комбинацион схемаларни синтезлаш босқичлари.

КСнинг анализи қуйидаги босқичларда амалга оширилади:

- берилган КС учун ҳақиқийлик жадвали тузилади. Бунинг учун КС кириш йўлларига ўзгарувчиларнинг турли тўплamlари таъсиридаги мос чиқиш йўли функциясининг қийматлари аниқланади;
- ҳақиқийлик жадвали бўйича чиқиш йўли функциясининг МДНШ ёки МКНШ ҳосил қилинади;
- ҳосил қилинган функциянинг МДНШ ёки МКНШ минималлаштирилади;

- минималлаштирилган функция базисларда ифодаланади, яъни оператор кўринишига келтирилади;

- функциянинг оператор кўриниши оптимал схема кўринишига ўтказилади.

2.4.5. Структуравий синтезлаш каноник усулининг босқичлари

Хотирали рақамли автоматларни синтезлаш масаласи, умумий ҳолда, баъзи элементар автоматлар композицияси асосида мураккаб автоматларнинг структуравий схемаларини қуришнинг умумий йўллари, яъни уларни бири-бирига улашнинг аниқ усуллари топишдан иборатдир.

Структуравий синтезлаш босқичида дастлабки абстракт синтезлаш натижасида олинган Мили, Мур ёки С - автоматларини структуравий схемасини қуриш учун элементар автоматлар танлаб олинади. Уларнинг композицияси асосида структуравий схема қурилади. Структуравий синтезлаш масаласи ечимга эга бўлса, у ҳолда берилган элементар автоматлар системаси *структуравий тўлиқ* деб аталади. Ихтиёрий хотирали автоматни структуравий синтезлашни комбинацион схемаларни синтезлаш масаласига келтирувчи методни кўриб чиқамиз. Бу метод хотирали автоматларни структуравий синтезлашнинг *каноник методи* деб аталади.

Структуравий синтезлашнинг каноник методи иккита катта синфга бўлинувчи элементар автоматлар ёрдамида амалга оширилади. Биринчи синфни хотира элементлари деб аталувчи элементар хотирали автоматлар ташкил этади. Иккинчи синфни элементар комбинацион автоматлар-мантикий элементлар ташкил этади.

Структуравий синтезлашнинг каноник методини шартли равишда қуйидаги босқичларга ажратиш мумкин:

- 1) кодлаш;
- 2) автоматнинг хотира элементларини танлаш;
- 3) структуравий тўлиқ элементлар системасини танлаш;

4) автоматнинг чиқиш йўли ва қўзғатиш мантикий функциялари тенгламаларини тузиш;

5) автоматнинг функционал схемасини қуриш.

Юқорида келтирилган босқичларни ҳар бирини батафсил кўриб чиқамиз.

Кодлаш

Юқорида таъкидлаб ўтилганидек, ихтиёрий хотирали автомат абстракт сатҳда қуйидаги кўринишда ифодаланиши мумкин

$$A = \{X, S, Y, \phi, \lambda\}.$$

Структуравий сатҳга ўтилганда автоматнинг кириш йўли алфавити X нинг ҳар бир ҳарфи x_i иккили вектор ёки иккили набор орқали ифодаланади. Автоматдаги физик амалга оширилган кириш йўли каналларининг минимал сони $k_{\text{кир}}$ қуйидагича аниқланади:

$$k_{\text{кир}} \geq \lceil \log_2 |X| \rceil,$$

бу ерда $|X|$ - кириш йўли алфавити X нинг қуввати. Масалан, агарда $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, у ҳолда $k_{\text{кир}} \geq 2$ бўлади. Бошқача айтганда, ҳар бир $x_i \in X$ арфини элементлар сони иккидан кам бўлмаган вектор билан кодлаш мумкин, яъни $X = \{00, 01, 10\}$. Шуниндек, чиқиш йўли алфавити Y нинг ҳар бир ҳарфи y_i элементлари сони физик амалга ошириладиган автоматнинг чиқиш йўллари нинг сони га тенг бўлган иккили вектори билан кодланади. Автомат чиқиш йўли нинг иккили вектори элементларининг минимал сони $k_{\text{чик}} \geq \lceil \log_2 |Y| \rceil$ ифода билан аниқланади. Автомат ҳолатлари алфавити S нинг ар бир ҳарфи s_i элементларининг минимал сони $k_{\text{хол}} \geq \lceil \log_2 |S| \rceil$ орқали аниқланувчи формула билан ифодаланади. Абстракт автоматининг X, Y, S алфавитлари ҳарфларини иккили векторлар билан алмаштириш жараёни **кодлаш** деб аталади. Кодлаш жадвали қуйидагича тузилади: жадвалнинг чап томонига барча ҳарфлар (масалан, абстракт автоматининг кириш йўли алфавити ҳарфлари), ўнг томонга эса шу ҳарфларга мос келувчи иккили векторлари ёзиб чиқилади.

Мисол. Мили абстракт автомати қўшма ўтишлар – чиқиш йўллари жадвали 4.5-жадвал орқали берилган бўлсин. S , X ва Y алфавитлари харфларини кодлаш мос кодлаш жадвалларида келтирилган (4.6, 4.7, 4.8-жадваллар). Бу ерда $|X|=2, |Y|=4, |S|=3$ бўлгани учун $k_{\text{кир}} \geq 1, k_{\text{чик}} \geq 2, k_{\text{хол}} \geq 2$.

4.5 - жадвал

Автомат ҳолатлари	Кириш йўли сигналлари	
	x_1	x_2
s_1	s_2 / y_1	s_1 / y_3
s_2	s_2 / y_2	s_1 / y_4
s_3	s_3 / y_1	s_2 / y_2

4.6-жадвал.

Кириш йўли сигналлари	Кириш йўли сигналларининг коди
x_1	0
x_2	1

4.7- жадвал.

Ҳолатлар	Ҳолатларнинг кодлари
s_1	00
s_2	01
s_3	10

4.8 - жадвал.

Чиқиш йўли сигналлари	Чиқиш йўли сигналларининг кодлари
y_1	00
y_2	01
y_3	10
y_4	11

Агарда 4.5- жадвалдаги ҳарфларни мос иккили векторлари билан алмаштирсак автоматнинг структуравий ўтишлар – чиқиш йўллари жадвалини (4.9-жадвал) ҳосил қиламиз ва шу билан кодлаш босқичи якунланади.

4.9-жадвал.

Автомат ҳолатлари	Кириш йўли сигналлари	
	0	1
00	01/00	00/10
01	01/01	00/11
10	10/00	01/01

Автоматнинг хотира элементларини танлаш

Автоматнинг структуравий ўтишлар жадвалига биноан ўтишларнинг вектор функцияси ҳар бир иккили векторининг (s_i, x_j) жуфтлигига абстракт сатҳда $S_k = \varphi(s_i, x_j)$ ифода билан аниқланадиган s_k ни мос қўяди. Бу эса, структуравий автоматнинг ҳар бир навбатдаги вектор ҳолатини эслаб қолиши лозимлигини кўрсатади. Бу вазифани хотира элементлари бажаради. Автоматларнинг структуравий синтезлашнинг каноник методида хотира элементлари сифатида иккита ҳолатга эга бўлган ва ўтиш ҳамда чиқиш йўлларининг тўлиқ системасига эга бўлган элементар Мур автомати ишлатилади.

Автомат ўтишларининг тўлиқ системаси деганда, автомат ҳолатларининг ихтиёрий жуфтлиги учун элементар автоматни бир ҳолатдан бошқа ҳолатга ўтказувчи кириш йўли сигнали мавжудлиги тушунилади.

Автомат чиқиш йўлларининг тўлиқ системаси деганда, автоматнинг турли ҳолатларига турли чиқиш йўли сигналлари мос келиши тушунилади.

Структуравий автоматнинг хотира элементлари сифатида одатда ўтишлар ва чиқиш йўлларининг нисбий тўлиқлиги талабига жавоб берувчи D-триггерлар, Т-триггерлар, RS-триггерлар, JK-триггерлар ишлатилади.

Уларнинг ўтишлар жадваллари мос равишда 4.10, 4.11, 4.12, 4.13-жадвалларда ва 4.7, 4.8, 4.9, 4.10-расмларда эса триггерларнинг шартли тасвирлари келтирилган.

4.10-жадвал

D-триггер ҳолатлари	Кириш йўли сигнали (D)	
	0	1
0	0	1
1	0	1

4.11-жадвал.

T- триггер ҳолатлари	Кириш йўли сигнали (T)	
	0	1
0	0	1
1	1	0

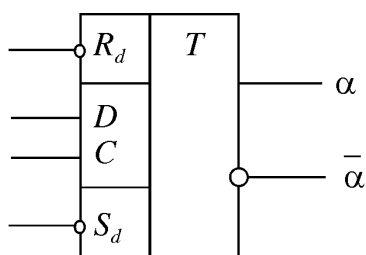
4.12-жадвал.

RS-триггер ҳолатлари	Кириш йўли сигналлари (R,S)		
	00	01	10
0	0	1	0
1	1	1	0

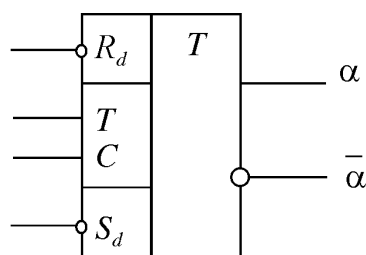
4.13-жадвал.

JK-триггер ҳолатлари	Кириш йўли сигналлари (J,K)			
	00	01	10	11
0	0	0	1	1
1	1	0	1	0

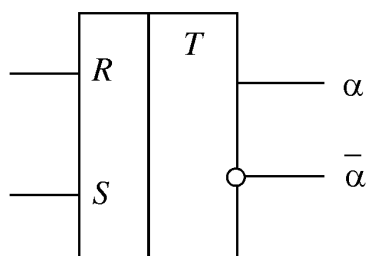
Триггерларнинг D, T, RS, JK кириш йўллари *информацион кириш йўллари* деб аталади. Бошқа кириш йўллари ёрдамчи ҳисобланади. Хусусан R – триггерни ноль ҳолатига ўтказувчи кириш йўли, S – триггерни бир ҳолатига ўтказувчи кириш йўли, C – синхросигналларга уланиш учун мўлжалланган кириш йўли. Ҳар бир триггер иккита чиқиш йўлига эга. Агарда α билан белгиланган чиқиш йўлида бирли сигнали бўлса, у ҳолда триггер бирли ҳолатида бўлади. Агарда бир сигнали $\bar{\alpha}$ билан белгиланган чиқиш йўлида бўлса, у ҳолда триггер ноль ҳолатида бўлади. RS- триггерлар учун кириш йўлида RS=11 комбинацияси ман этилган комбинация ҳисобланади.



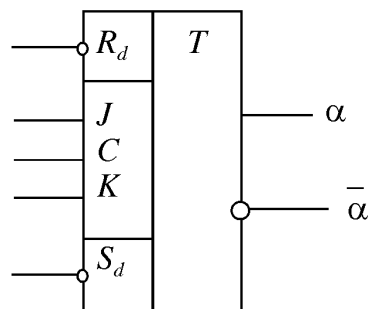
4.7-расм. D-триггернинг шартли тасвири



4.8-расм. T-триггернинг шартли тасвири



4.9-расм. RS-триггернинг шартли тасвири



4.10-расм. JK-триггернинг шартли тасвири

R_d ва S_d каби белгиланувчи (d - инглизча *direct* - *тўғри, бевосита* сўздан олинган) кириш йўллари триггерни бошланғич ҳолатига ўтказиш учун ишлатилади.

АДАБИЁТЛАР

1. Ғаниев С.К., Каримов М.М., Мамбетов Н.М. Ҳисоблаш системаларининг информатсион асослари. Олий ўқув юртлар талабалари учун учун дарслик. - Тошкент.: ТДТУ, 2002
2. Савельев А.Я. Основы информатики. Учеб. Для вузов. - М. Изд-во МГТУим. Н.Э Баумана, 2011
3. Лысиков Б.Г Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Минск: Выша школа, 2009
4. Гагиева Р.Т. ва бошқалар. Автоматиканинг техник воситалари ва рақамли автоматика. Тошкент, 2014

